

# Применение голографического уравнения состояния для численного моделирования эволюции кварк-глюонной плазмы

А. В. Ануфриев<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Санкт-Петербургский Государственный Университет

20 февраля 2025,  
г. Москва

Сессия-конференция секции ядерной физики ОФН РАН,  
посвященная 70-летию В. А. Рубакова

## Содержание

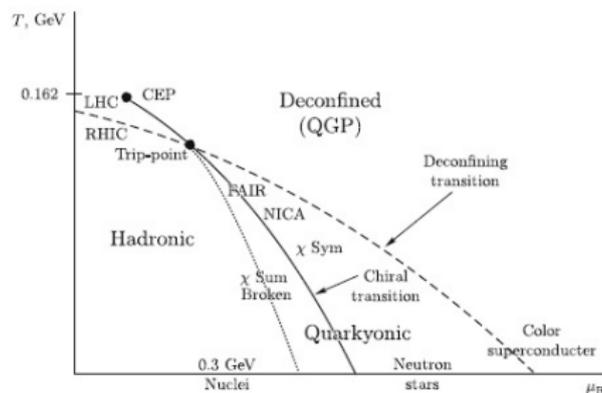
- 1 Постановка задачи
- 2 Варианты решения
- 3 Модель
- 4 Практическая реализация преимуществ модели
- 5 Ожидаемые результаты
- 6 Перспективы

## Открытые проблемы исследования фазовой диаграммы КХД

Критическая точка фазовой диаграммы - тройная точка? Индикатор фазового перехода - критические флуктуации, исследуемые с помощью

**сильно-интенсивных переменных** [M. Gazdzicki and S. Mrowczynski, Z. Phys. C 54, 127 (1992)]

I. Ya. Aref'eva, "On the quarkyonic phase in the holographic approach", Theoret. and Math. Phys., 217, 3 (2023)



Важная проблема: детальное изучение фазовой диаграммы при  $\mu_B > 0$ .

## AdS/CFT-соответствие

1993 - Г. Хофт предложил голографический принцип  
Информация о материи в некотором пространстве  $\rightarrow$  "плоская голограмма" (не более одной степени свободы на планковскую площадь) на границе этого пространства.

1998: AdS/CFT - соответствие (Малдасена):

При некоторых граничных условиях имеет место дуальность суперсимметричной теории Янга-Миллса и ПВ суперструнной теории в низкоэнергетическом пределе.

Термодинамические характеристики  
кварк-глюонной плазмы:

$T, E, P, \mu$  Уравнение состояния  
 $P = P(\varepsilon)$

Параметры деформации пространства  $AdS_5$ :

$T(z_h), S(z_h), z_h$  - характерный гравитационный горизонт,  $T, S$  - температура и энтропия соответствующей черной дыры, которые изучались Хокингом и Бекенштейном.

При некоторых условиях голографический принцип  
Мальдасены применим к КХД.

## Голографическое уравнение состояния КГП в рамках модели с двойным дилатонным полем (И.Я. Арефьева)

Предлагаемый анзац:

$$ds^2 = \frac{L^2}{z^2} b(z) \left[ -g(z) dt^2 + dx^2 + \left(\frac{z}{L}\right)^{2-\frac{2}{\nu}} dy_1^2 + \left(\frac{z}{L}\right)^{2-\frac{2}{\nu}} dy_2^2 + \frac{dz^2}{g(z)} \right],$$

Деформирующий фактор  $b(z) = e^{2A(z)}$ ,  $L$  - радиус AdS,  $g(z)$  - термодинамическая функция "почернения"

$A(z) = -\ln(bz^2 + 1)$  - модель "легких кварков"

$A(z) = -\frac{cz^2}{4}$  - модель "тяжелых кварков"

Преимущества подхода:

- Параметр анизотропии, введенный в рамках данной модели, позволяет голографически восстановить экспериментально подтвержденную на RHIC и LHC зависимость множественности от энергии с большой точностью [I Aref'eva, A. Golubtsova, // JHEP, No. 04, 011 (2015).]
- Один из параметров модели подобран в соответствии с реджевскими спектрами кваркониев (случай тяжелых кварков) и  $\rho$ -мезонов (случай легких кварков)
- Остальные параметры модели фитируются с помощью результатов вычислений в рамках решеточной КХД
- Возможность изучения свойств ядерной материи при достаточно больших  $\mu_b$

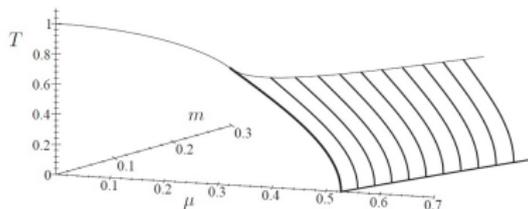
## Голографическое уравнение для физических масс кварков

По результатам исследования [M. Halasz et al. // Phys. Rev. D 58, 096007 (1998)] можно сделать вывод о том, что **нет существенного отличия фазовой структуры КХД в хиральном пределе и в случае физических масс кварков** (которые достаточно малы по сравнению с "тяжелым" случаем )

### Идея

Параметры модели легких кварков фитируются в соответствии с вычислениями решеточной КХД **для масс кварков, наиболее близких к физическим.**

Зависимость фазового поведения КГП от масс кварков - **мало структурных отличий при  $m \rightarrow 0$**



### Свободные параметры модели легких кварков:

Применяется метод из [J. Grefa et al. // Phys. Rev. D 104, 034002 (2021)]. Безразмерные термодинамические величины умножаются на масштабный коэффициент  $L$  (степень  $L$ =степень ГэВ величины). Имеют место следующие свободные параметры:

- $\nu$  - параметр **анизотропии**.  $\nu = 1$  - изотропный случай,  $\nu = 4, 5$  - анизотропный
- $c$  - параметр, отфитированный в [Meng-Wei Li et al. // Phys. Rev. D 96, 066013 (2017)] со значением  $c = 0.227 \text{ ГэВ}^2$  на **реджевские спектры  $\rho$ -мезонов**
- Параметр  $L$  - характерный энергетический масштаб.
- Параметр  $G$  - безразмерная гравитационная константа
- Безразмерный параметр  $a$  и параметр  $b$ , фитируемый в единицах  $\text{ГэВ}^2$ , появляются в функции взаимодействия дилатонного поля, выбранной в виде  $A(z) = -a \ln(1 + bz^2)$

## Голографическое изотропное уравнение состояния для физических масс кварков

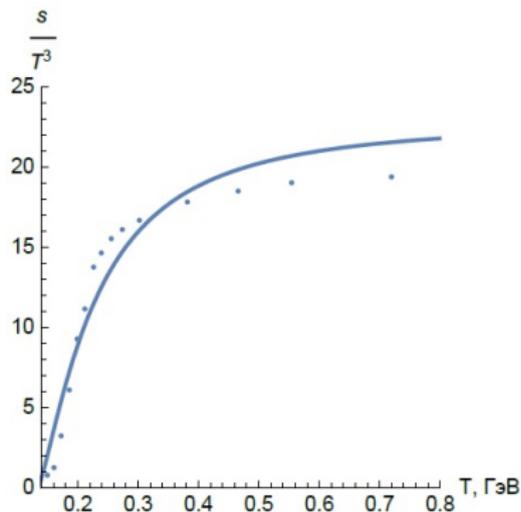
Фит совершался на основе результатов для величины  $\frac{s}{T^3}$  в работе [M. Cheng et al.// Phys. Rev. D 77, 014511 (2008)]. В данной статье, посвященной решеточной КХД, наиболее близкие к физическим массы кварков получают путем задания известной массы  $\rho$ -мезона. Эта работа - очень популярный источник для фитирования параметров в рамках других голографических термодинамических моделей.

Результаты фита  
методом наименьших  
квадратов:

$$L = 1.08 \text{ ГэВ},$$

$$G = 0.34 \quad a = 3.71,$$

$$b = 0.0129 \text{ ГэВ}^2.$$



## Голографическое анизотропное уравнение состояния для физических масс кварков

В связи с общностью зависимости  $\rho(\mu_b)$  в обеих моделях, фит для анизотропного случая совершался на основе результатов для величины

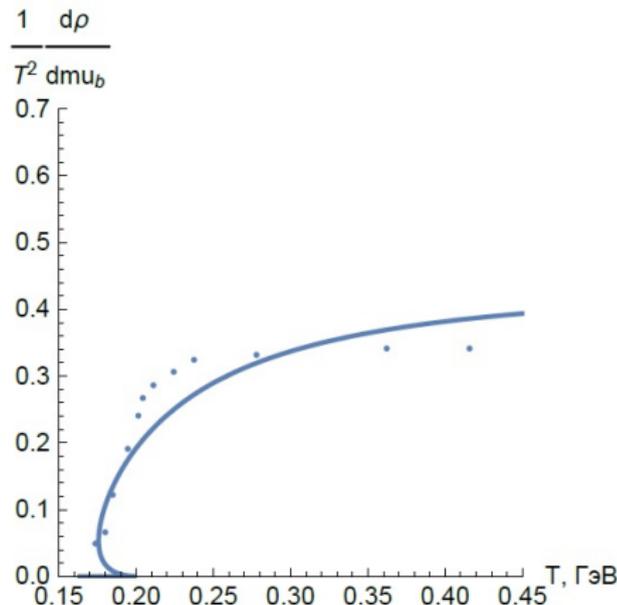
$\hat{\chi} = \frac{1}{T^2} \frac{\partial \rho}{\partial \mu_b}$  в той же работе [M. Cheng et al.// Phys. Rev. D 77, 014511 (2008)].

Результаты фита  
методом наименьших  
квадратов:

$$L = 1.01 \text{ ГэВ},$$

$$G = 0.81 \text{ а} = 3.949,$$

$$b = 0.03506 \text{ ГэВ}^2.$$



## Включение голографического уравнения состояния в пакет релятивистской гидродинамики MUSIC

Был написан программный код на основе встроенных в MUSIC

(<https://github.com/MUSIC-fluid/MUSIC.git>) методов считывания таблиц по результатам решеточной КХД:

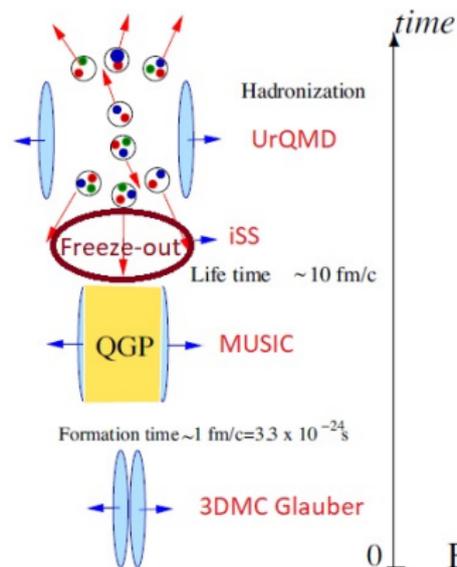
- 1 Строится двумерная таблица термодинамических величин  $(T, p, \mu_b)$  по заданным  $s$  и  $\rho_b$  на основании формул модели И.Я.Арефьевой
- 2 По некоторому начальному профайлу энергетических и барионных плотностей, полученному в рамках сторонних программ, MUSIC интерполирует значения термодинамических величин в данной точке введенной сетки. Для этого с некоторой точностью ищется численное соотношение между заданной энтропией и плотностью энергии.
- 3 По плотности энтропии и барионной плотности с помощью стандартных интерполяторов MUSIC высчитываются температура, барионный потенциал и давление в каждой точке сетки
- 4 Весь этот функционал вшит в специально созданный класс `"eosEOSholo.h"` (`cpp`).input – MUSIC

## Эволюция КГП в рамках пакета iEBE-MUSIC

Пакет iEBE включает в себя набор моделей, предназначенных для исследований отдельных промежуточных эволюции КГП и предоставляет широкий функционал для всестороннего изучения данного процесса на всех его этапах (<https://github.com/chunshen1987/iEBE-MUSIC.git>).

Структура эволюции КГП в рамках данного исследования:

- 1 Начальный профайл энергии и барионной плотности рассчитывается в рамках модели **3D Monte-Carlo Glauber** для заданной кинематической области
- 2 Пакет **MUSIC** (модифицированный, включающий голографическое уравнение состояния) принимает на вход данный профайл и производит эволюцию КГП до наступления заданного фризаута
- 3 Пакет **iSS** производит Монте-Карло сэмплирование для получения конечного набора частиц на основании гиперповерхности на выходе MUSIC
- 4 Транспортная модель **UrQMD** позволяет получить финальный спектр адронов



## Сравнение быструх спектров модельных уравнений состояния с данными NA49

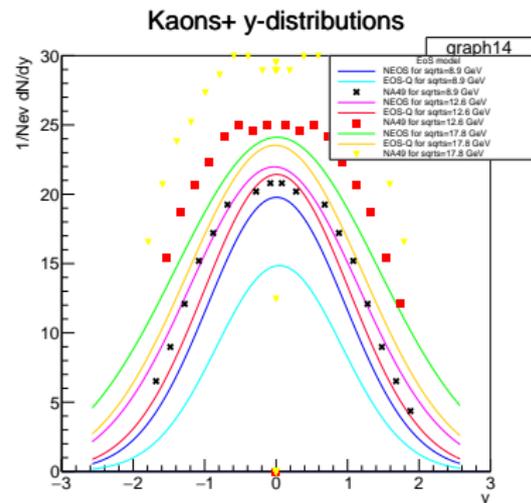
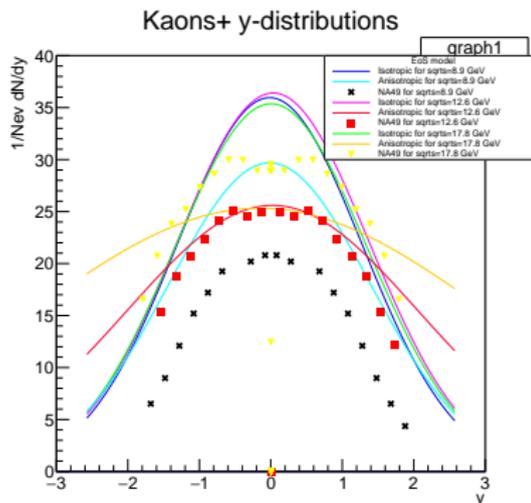
Дальнейшие вычисления выполнены при условиях:  
 [NA49 collab. // Phys.Rev.C66:054902,2002]

Pb-Pb столкновения

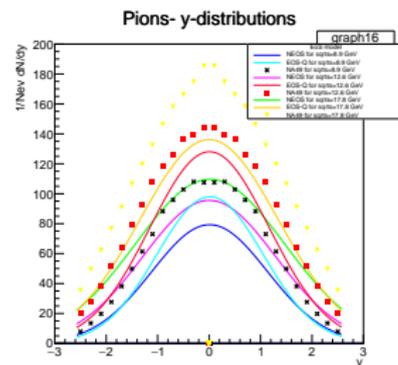
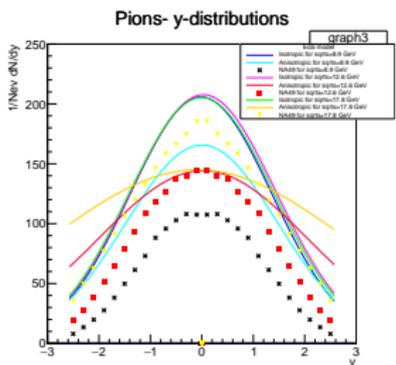
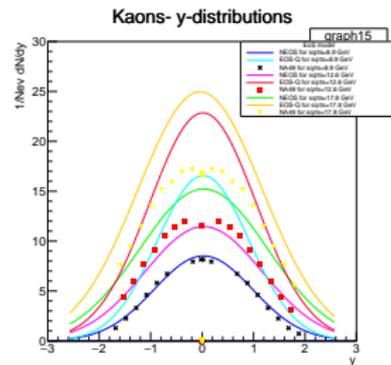
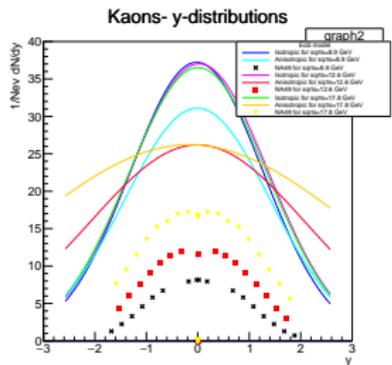
$\sqrt{s} = 8.9 \text{ ГэВ}, \sqrt{s} = 12.6 \text{ ГэВ}, \sqrt{s} = 17.8 \text{ ГэВ}$

$-2.6 < y < 2.6$

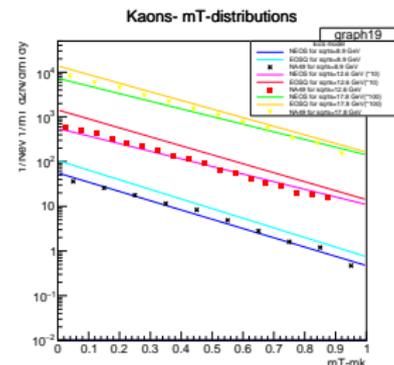
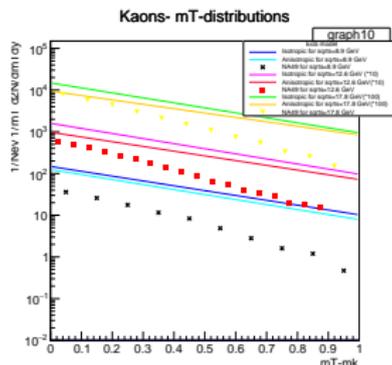
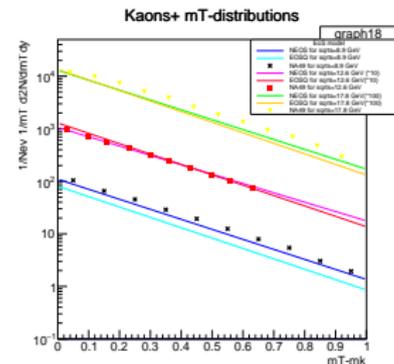
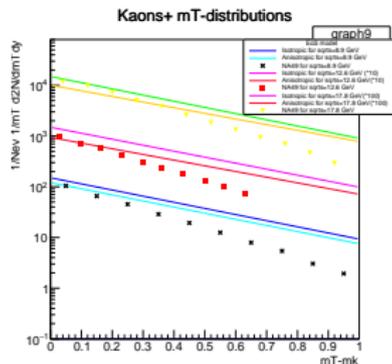
$0 < b < 20 \text{ фм}$



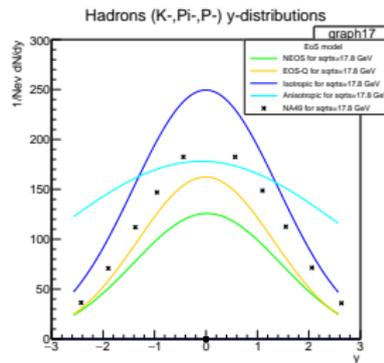
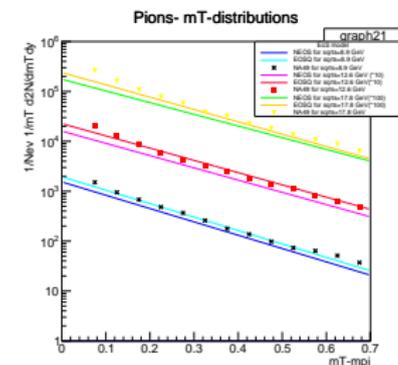
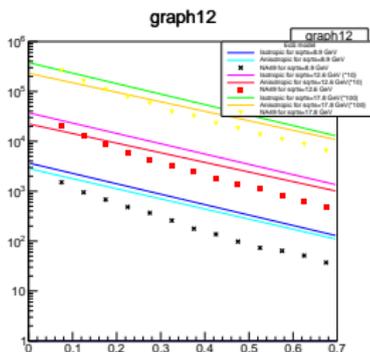
# Сравнение быструхотных спектров модельных уравнений состояния с данными NA49



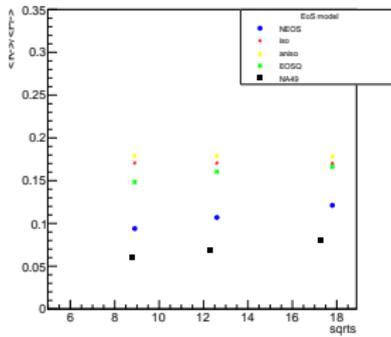
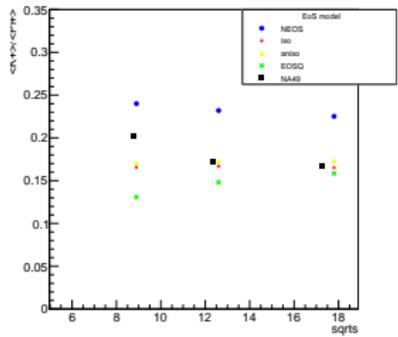
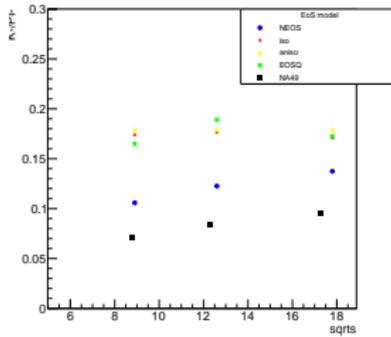
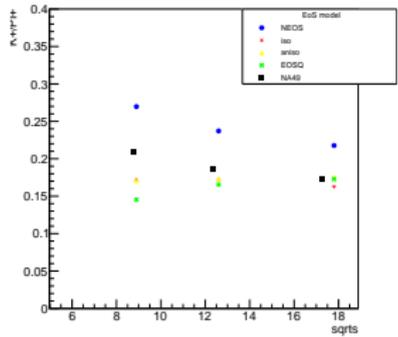
# Сравнение спектров поперечных масс модельных уравнений состояния с данными NA49



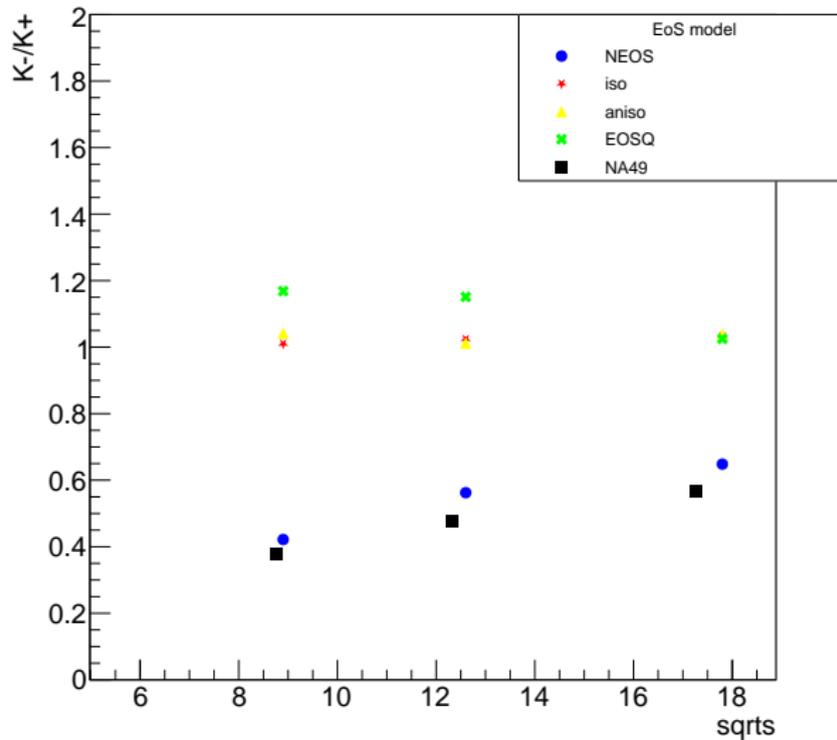
# Сравнение спектров поперечных масс модельных уравнений состояния с данными NA49



# Зависимость распределений адронов от энергии столкновений



## Зависимость распределений адронов от энергии столкновений



## Открытые вопросы и Потенциал дальнейшего развития

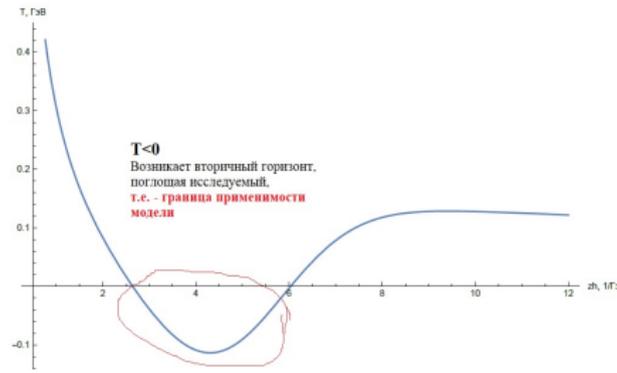
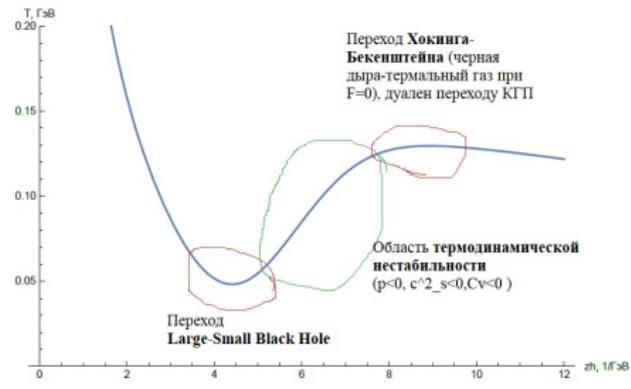
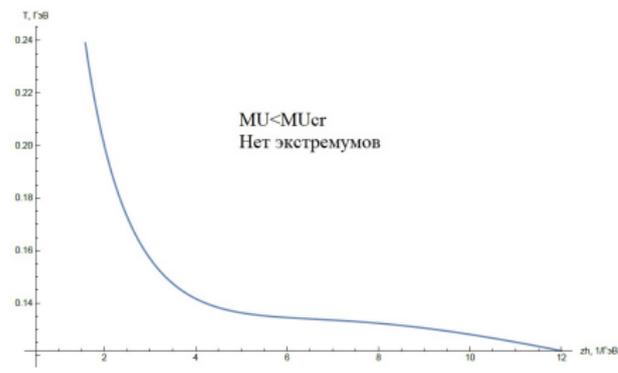
1. Поиск голографической модели для физических масс кварков, сохраняющих все преимущества подхода И.Я.Арефьевой
2. Существует возможность голографического учета вторичного магнитного поля, порождаемого вылетающими заряженными частицами. Этот вопрос изучался в более поздних работах И.Я. Арефьевой
3. Пакет iEBE может быть модифицирован с помощью голографических моделей для термализации и фризаута
4. Кроме комбинации MUSIC+UrQMD может применяться vHLL+SMASH [A.Shafer et al. // Eur.Phys.J.A 58(2022)11,230]. Сравнение таких комбинаций моделей предполагается в дальнейшем.

**Спасибо за внимание!**

## Открытые вопросы и Потенциал дальнейшего развития

**BACKUP SLIDES**

# О фазовом поведении



## Фит константы с по реджевским спектрам

Из метрики строится уравнение для пробного векторного поля  $V$ :

$$\frac{1}{g} \Delta V_I + v_I'' + \left( \frac{g'}{g} + \frac{f'}{f} + A' - \frac{1}{z} \right) V_i' = 0$$

После фурье-преобразования ( $v_i$  - фурье-образ  $V_i$ ):

$$-v_i'' - \left( \frac{g''}{g} + \frac{f'}{f} + A' - \frac{1}{z} \right) v_i' = \left( \frac{\omega^2}{g^2} - \frac{p^2}{g} \right) v_i$$

Это уравнение преобразуется к уравнению шредингеровского типа:

$$-\psi_i'' + U(z)\psi_i = m_i\psi_i$$

с потенциалом  $U(z) = -\frac{3}{4z^2} - c^2 z^2$  и собственными значениями  $m_n^2 = 4cn$   
( $m_n^2 = 4c(n+1)$  для фита)