



**САМОСОГЛАСОВАННЫЕ РАСЧЕТЫ ПЕРЕХОДОВ
ИЗ ОСНОВНОГО СОСТОЯНИЯ В ДВУХ-ФОНОННЫЙ ТРИПЛЕТ В
ИЗОТОПАХ ОЛОВА**

М. И Шитов¹, С. П. Камерджиев¹, С. В. Толоконников¹

¹Национальный исследовательский центр «Курчатовский институт». Москва. Россия

LXXV международная конференция по ядерной физике «ЯДРО-2025: Физика атомного ядра и элементарных частиц. Ядерно-физические технологии»»

2025г. СПбГУ

План

- Общие соотношения
- Ангармонические эффекты второго порядка в ядерной квантовой теории многих тел
- Переход из двухфононного состояния в основное
- Трехквaziчастичные корреляции в основном состоянии
- Результаты расчетов для изотопов олова
- Выводы

Общие положения Теории Конечных Ферми-Систем

- **Метод**

- Ядерная квантовая теория многих тел (метод функций Грина)
- Активное использование диаграммных техник

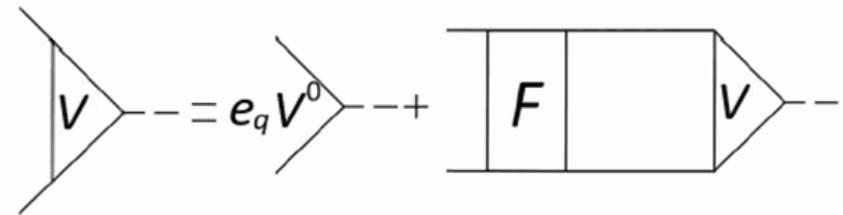
- Уравнения для вершины и амплитуды рождения фонона в поле:

- Уравнение для эффективного поля

$$\hat{V}(\omega) = e_q \hat{V}_0(\omega) + \hat{F} \hat{A}(\omega) \hat{V}(\omega)$$

- Амплитуда рождения фонона в поле

$$\hat{g}_s(\omega) = \hat{F} \hat{A}(\omega) \hat{g}_s(\omega)$$



Метод Хаотических фаз- МХФ (на языке квантовых функций Грина)

где

$$A(\omega) = \int G(\varepsilon + \omega/2) G(\varepsilon - \omega/2) d\varepsilon / (2\pi i)$$

означает частично-дырочный пропагатор, а $G(\varepsilon)$ — квазичастичная функция Грина.

Энергетический функционал плотности(ЭФП) и квазичастично-фононные поправки

- **Самосогласование:** В нашем подходе мы используем только хорошо известный набор параметров ЭФП Фаянса^{1,2} с параметрами DF3-а.
 - Среднее поле (основное состояние) определяется первой производной функционала по ядерной плотности.
 - Эффективное pp- и рh-взаимодействие определяется второй производной функционала.

$$\hat{V} = \begin{pmatrix} V \\ d_1 \\ d_2 \end{pmatrix}, \quad \hat{V}_0 = \begin{pmatrix} V_0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\hat{\mathcal{F}} = \begin{pmatrix} \mathcal{F} & \mathcal{F}^{\omega\xi} & \mathcal{F}^{\omega\xi} \\ \mathcal{F}^{\xi\omega} & \mathcal{F}^{\xi} & \mathcal{F}^{\xi\omega} \\ \mathcal{F}^{\xi\omega} & \mathcal{F}^{\xi\omega} & \mathcal{F}^{\xi} \end{pmatrix},$$

$$\hat{A}(\omega) = \begin{pmatrix} \mathcal{L}(\omega) & \mathcal{M}_1(\omega) & \mathcal{M}_2(\omega) \\ \mathcal{O}(\omega) & -\mathcal{N}_1(\omega) & \mathcal{N}_2(\omega) \\ \mathcal{O}(-\omega) & -\mathcal{N}_1(-\omega) & \mathcal{N}_2(-\omega) \end{pmatrix},$$

$$\mathcal{F} = \frac{\delta^2 \mathcal{E}}{\delta \rho^2},$$

$$\mathcal{F}^{\omega\xi} = \frac{\delta^2 \mathcal{E}}{\delta \rho \delta \nu}$$

$$\mathcal{F}^{\xi} = C_0 \left(f_{\text{ex}}^{\xi} + h^{\xi} x^{2/3} + f_{\nabla}^{\xi} r_0^2 (\nabla x)^2 \right)$$

$$f_{\nabla}^{\xi} = 0$$

1) А.В. Смирнов. С.В. Толоконников. С.А. Фаянс. ЯФ **48**. 1661 (1988)

2) Э.Е. Саперштейн. С.В. Толоконников. ЯФ **79**. 703 (2016).

Ангармонические эффекты второго порядка в рамках ядерной квантовой теории многих тел

- Амплитуда перехода¹ между однофононными состояниями в ядрах без спаривания

$$M_{ss'} = VGg_s Gg_{s'}G + \underbrace{VGG\delta_s FGGg_{s'}}_{\text{незначительно}^2} \rightarrow M_{SS'} = \text{Diagram 1} + \text{Diagram 2}$$

$$M_{ss'} = M_{ss'}^{(1)} + M_{ss'}^{(2)} = \sum_{123} [V_{12}(g_{31}^s)^* g_{23}^{s'} A_{123}^{(1)} + V_{12}g_{31}^{s'} (g_{23}^s)^* A_{123}^{(2)}],$$

Нижние индексы – одночастичные квантовые числа $l=(n_1; j_1; l_1; m_1)$ Суммирование по одночастичному базису до 100 MeV

- Пропагатор $A_{123}^{(1)}$ – интеграл от трех функций Грина

$$A_{123}^{(1)}(\omega_s, \omega_{s'}) = \int G_1(\varepsilon)G_2(\varepsilon + \omega)G_3(\varepsilon + \omega_s)d\varepsilon, \quad A_{123}^{(12)} = A^{(1)} + A^{(2)} = A_{\text{КФМ}} + A_{\text{КОС}}$$

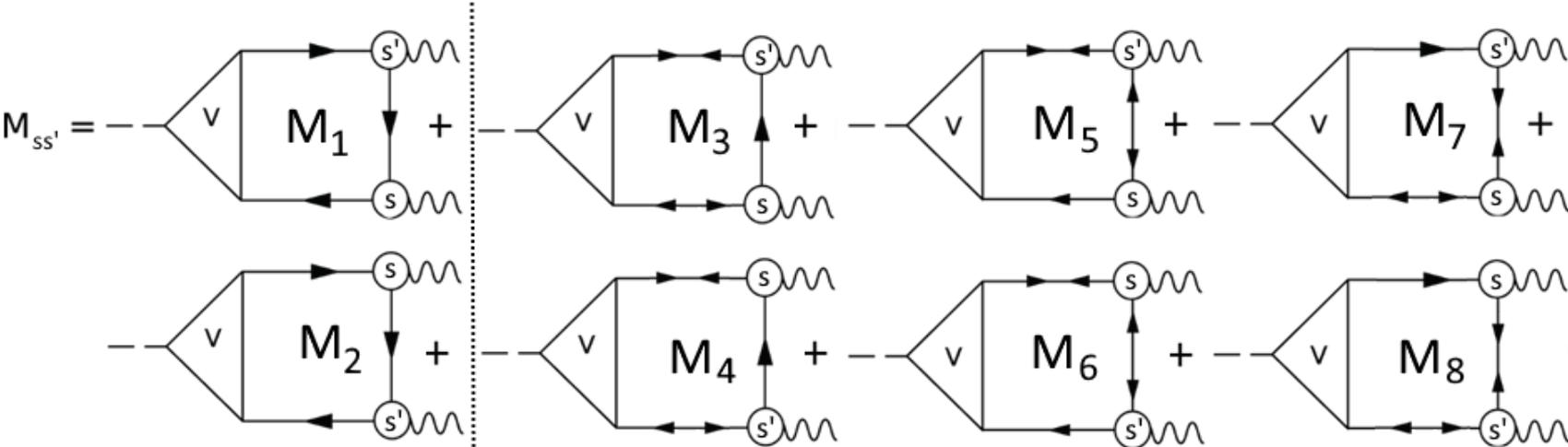
- Вероятность перехода $B(EL)([I_s \times I_{s'}]_L \rightarrow g.s.)$ с энергией $\omega = \omega_s + \omega_{s'}$:

$$B(EL) = \frac{1}{2I_s + 1} |\langle I_s || M_L || I_{s'} \rangle|^2$$

1)В.А. Ходель. ЯФ 24. 704 (1976).

2)D. A. Voitenkov [et al.] .Physical Review C. 85 P. 054319. 2012

Ангармонические эффекты второго порядка в рамках ядерной квантовой теории многих тел



- Для учета спаривания нужно использовать набор функций Грина G и аномальных функций Грина F :

$$G_1(\varepsilon) = G_1^h(-\varepsilon) = \frac{u_1^2}{\varepsilon - E_1 + i\delta} + \frac{v_1^2}{\varepsilon + E_1 - i\delta}$$

$$F_1^{(1)}(\varepsilon) = F_1^{(2)}(\varepsilon) = -\frac{\Delta_1}{2E_1} \left[\frac{1}{\varepsilon - E_1 + i\delta} + \frac{1}{\varepsilon + E_1 - i\delta} \right],$$

где

$$E_1 = \sqrt{(\varepsilon_1 - \mu)^2 + \Delta_1^2}, u_1^2 = (E_1 + \varepsilon_1 - \mu) / 2E_1 = 1 - v_1^2$$

Трехквaziчастичные корреляции в основном состоянии

Для амплитуды перехода между состояниями $[I_S \times I_{S'}]_L \rightarrow g.s.$ с энергиями ω_S и $\omega_{S'}$:

$$M_{SS'} = M_{12} + M_{34} + M_{76} + M_{58}; \quad M_1 = \sum_{123} \langle 1|V|2\rangle \langle 2|g^{S'}|3\rangle \langle 3|g^S|1\rangle A_{123}^{(1)}$$

$$A_{123}^{(12)} = (u_1^2 u_2^2 v_3^2 - v_1^2 v_2^2 u_3^2) \frac{2(E_{13}E_{23} - \omega_S \omega_{S'})}{(E_{13}^2 - \omega_S^2)(E_{23}^2 - \omega_{S'}^2)} +$$

$$(u_1^2 v_2^2 u_3^2 - v_1^2 u_2^2 v_3^2) \frac{2(E_{12}E_{23} + \omega \omega_{S'})}{(E_{12}^2 - \omega^2)(E_{23}^2 - \omega_{S'}^2)} + (u_1^2 v_2^2 u_3^2 - v_1^2 u_2^2 v_3^2) \frac{2(E_{12}E_{23} + \omega \omega_{S'})}{(E_{12}^2 - \omega^2)(E_{23}^2 - \omega_{S'}^2)}$$

КОС

$$A_{123}^{(34)} = \frac{\Delta_1 \Delta_2}{4 E_1 E_2} (u_3^2 - v_3^2) \left(\frac{2(E_{13}E_{23} - \omega_S \omega_{S'})}{(E_{13}^2 - \omega_S^2)(E_{23}^2 - \omega_{S'}^2)} + \frac{2(E_{12}E_{23} + \omega \omega_{S'})}{(E_{12}^2 - \omega^2)(E_{23}^2 - \omega_{S'}^2)} + \frac{2(E_{12}E_{23} + \omega \omega_{S'})}{(E_{12}^2 - \omega^2)(E_{23}^2 - \omega_{S'}^2)} \right)$$

$$A_{123}^{(76)} = \frac{\Delta_1 \Delta_3}{4 E_1 E_3} (u_2^2 - v_2^2) \left(\frac{2(E_{13}E_{23} - \omega_S \omega_{S'})}{(E_{13}^2 - \omega_S^2)(E_{23}^2 - \omega_{S'}^2)} + \frac{2(E_{12}E_{23} + \omega \omega_{S'})}{(E_{12}^2 - \omega^2)(E_{23}^2 - \omega_{S'}^2)} + \frac{2(E_{12}E_{23} + \omega \omega_{S'})}{(E_{12}^2 - \omega^2)(E_{23}^2 - \omega_{S'}^2)} \right)$$

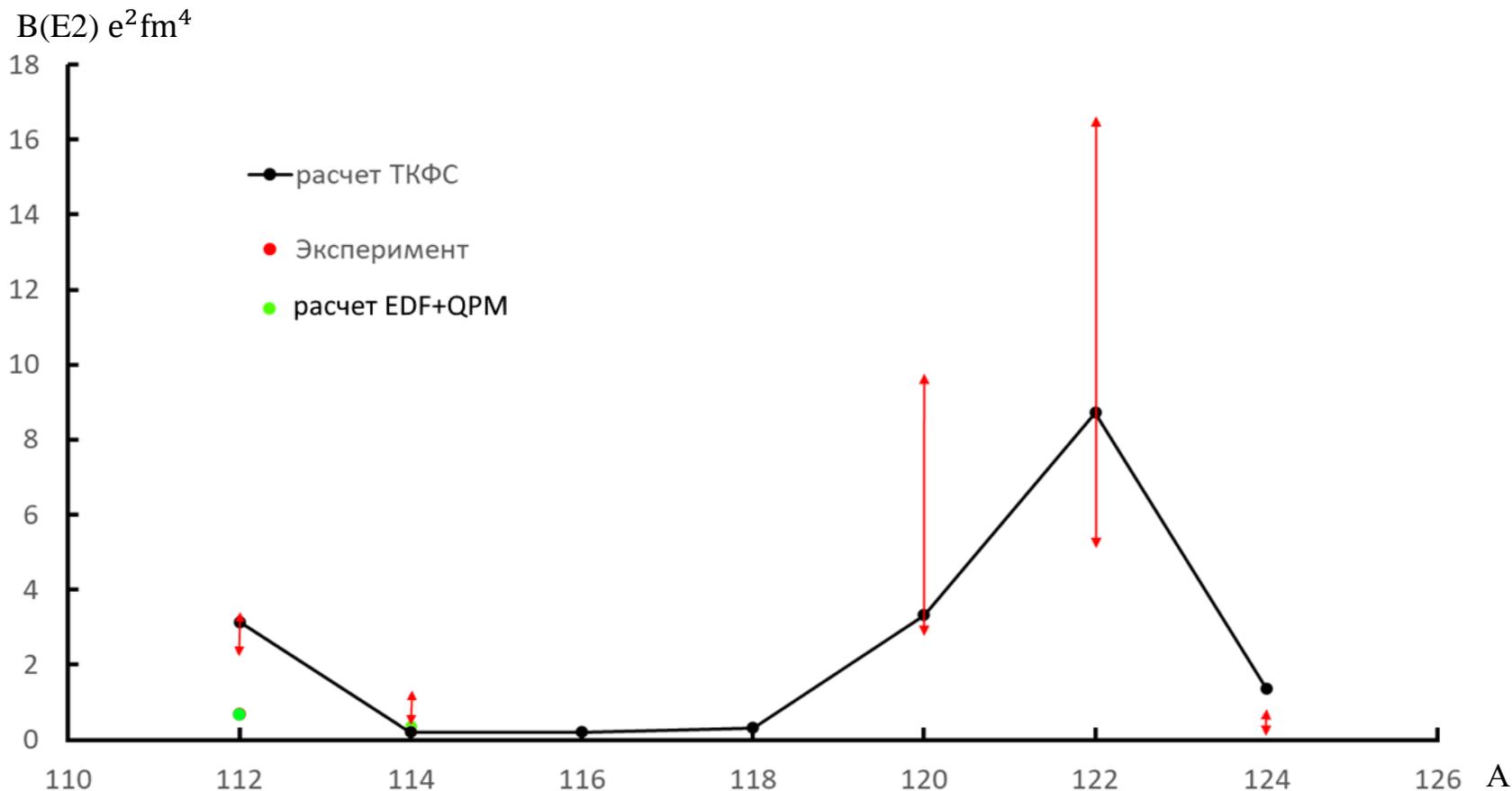
$$A_{123}^{(58)} = \frac{\Delta_2 \Delta_3}{4 E_2 E_3} (u_1^2 - v_1^2) \left(\frac{2(E_{13}E_{23} - \omega_S \omega_{S'})}{(E_{13}^2 - \omega_S^2)(E_{23}^2 - \omega_{S'}^2)} + \frac{2(E_{12}E_{23} + \omega \omega_{S'})}{(E_{12}^2 - \omega^2)(E_{23}^2 - \omega_{S'}^2)} + \frac{2(E_{12}E_{23} + \omega \omega_{S'})}{(E_{12}^2 - \omega^2)(E_{23}^2 - \omega_{S'}^2)} \right)$$

Характеристики 2_1^+ -состояний в четных изотопах Sn.
 ω_2 (MeV) и $B(E2)\uparrow e^2b^2$

A	ω_2^{th}	ω_2^{exp}	$B(E2)^{\text{th}}$	$B(E2)^{\text{exp}}$
102	1.453	1.472	0.065	-
104	1.388	1.260	0.107	-
106	1.316	1.207	0.142	0.195 (0.039)
108	1.231	1.206	0.155	0.222 (0.019)
110	1.162	1.212	0.188	0.220 (0.022)
112	1.130	1.257	0.197	0.240 (0.014)
114	1.156	1.300	0.193	0.24 (0.05)
116	1.186	1.294	0.182	0.209 (0.006)
118	1.217	1.230	0.172	0.209 (0.008)
120	1.240	1.171	0.152	0.202 (0.004)
122	1.290	1.141	0.158	0.192 (0.004)
124	1.350	1.132	0.147	0.166 (0.004)

Предварительные расчеты переходов из двухфононного состояния триплета 2^+ в основное для четных изотопов олова:

Приведенные вероятности переходов ($[2_1^+ \times 2_1^+]_{2^+} \rightarrow 0^+$) $e^2 fm^2$



N.-G. Jonsson et al., Nucl. Phys. A 371, 333 (1981).

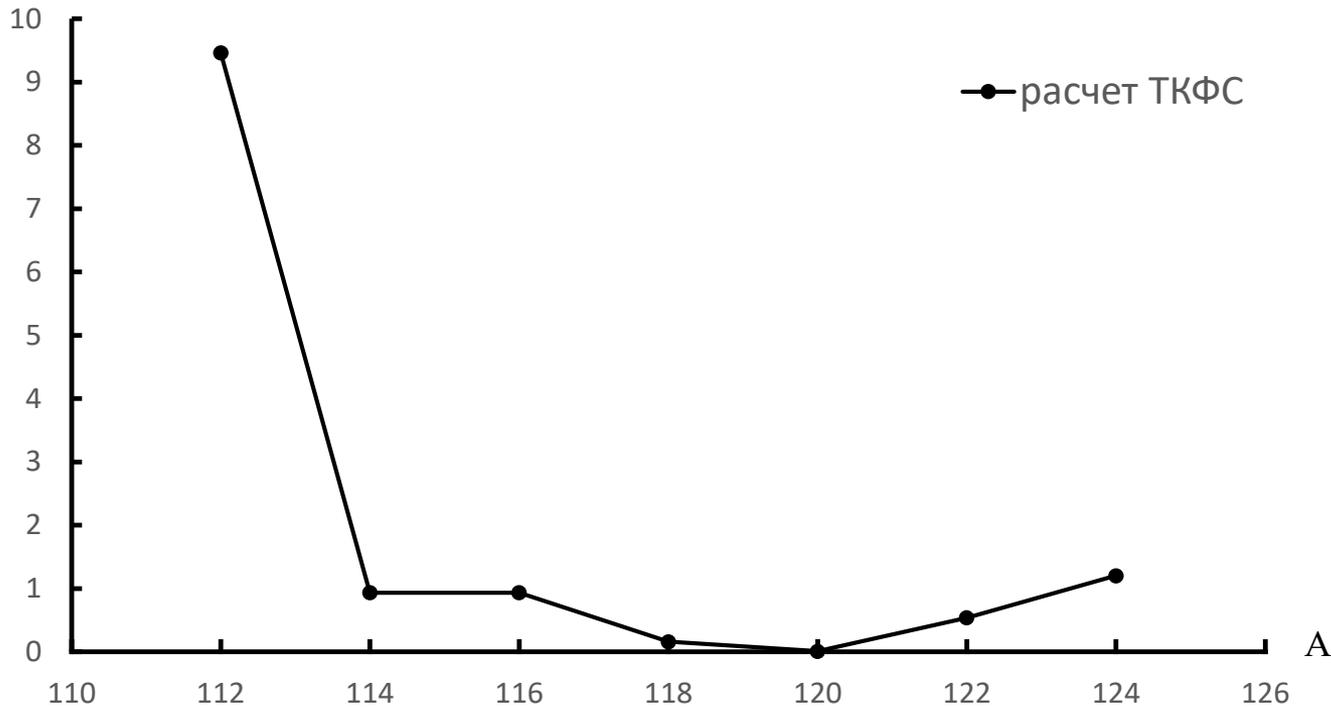
<https://www.nndc.bnl.gov/ensdf/>

N. Tsoneva et al. Nucl. Phys. A 990, 183 (2019)

Предварительные расчеты переходов из двухфононного состояния триплета 4^+ в основное для четных изотопов олова:

Приведенные вероятности переходов $([2_1^+ \times 2_1^+]_{4^+} \rightarrow 0^+)e^2fm^8$

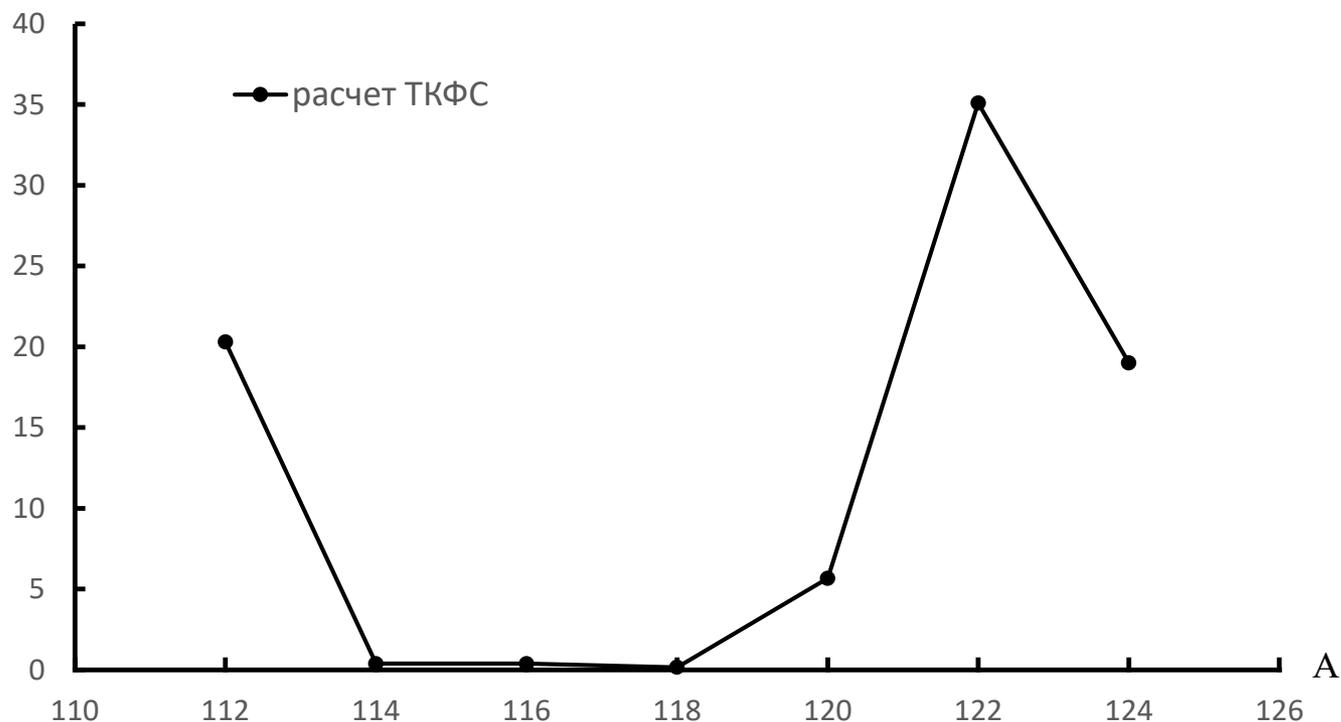
$B(E4) e^2fm^8$



Предварительные расчеты переходов из двухфононного состояния триплета 0^+ в основное для четных изотопов олова:

Приведенные вероятности переходов $([2_1^+ \times 2_1^+]_{0^+} \rightarrow 0^+)e^2fm$

$B(E0) e^2 fm$



Приведенные вероятности переходов $B(E2)$ ($[2_1^- \times 2_1^+]_{2^+} \rightarrow g.s.$)
 $e^2 \text{fm}^4$

A	$B(E2)$ ТКФС	$2E_{2_1^+}$	E_{2^+}	$B(E2)_{\text{Exp}}$
124	1.37	2.26	2.13	0.15 0.59
122	8.72	2.28	2.41	5.14 16.5
120	3.32	2.34	2.42	2.94 9.54
118	0.32	2.46	2.04	2.58 ± 0.40
			2.40	-
116	0.20	2.58	2.22	1.68 ± 1.1
			2.65	-
114	0.20	2.60	2.57	0.75 ± 0.30
112	3.14	2.52	2.48	2.63 ± 0.48

Предполагаемые
 двухфононные уровни
 выбраны по критерию
 $(E_{2^+})_{2ph} = 2E_{2_1^+}$

Заключение

- Используя параметры Фаянса DF3-а **мы получили разумное описание** переходов из сложного двухфононного $[2_1^+ \times 2_1^+]_{2^+}$ состояния в основное и предсказали еще неописанные переходы из $[2_1^+ \times 2_1^+]_{0^+}$ и $[2_1^+ \times 2_1^+]_{4^+}$ в ряде изотопов Sn.
- Выводы значительно затруднены фрагментацией состояний на эксперименте.
- Используемый метод имеет ряд проблем, связанных с неточным описанием энергии возбуждений, а так же отсутствием учета расщепления энергий.
- **Необходим учет более сложных конфигураций в уравнении для вершины для описания ангармонических эффектов возникающих в данной задаче**

Спасибо за внимание!

Таблица 1. Параметры нормальной части ЭФП Фаянса

Параметр	DF3 [29]	DF3-a [30]
μ_0 [МэВ]	-16.05	-16.05
r_0 [фМ]	1.147	1.145
K_0 [МэВ]	200	200
β [МэВ]	28.7	28.7
a_+^v	-6.598	-6.575
h_{1+}^v	0.163	0.163
h_{2+}^v	0.724	0.725
a_-^v	5.565	5.523
h_{1-}^v	0	0
h_{2-}^v	3.0	3.0
a_+^s	-11.4	-11.1
h_+^s	0.31	0.31
a_-^s	-4.11	-4.10
h_-^s	0	0
r_c [фМ]	0.35	0.35
κ	0.216	0.190
κ'	0.077	0.077
g_1	0	0
g_1'	-0.123	-0.308

$$\hat{V} = \begin{pmatrix} V \\ d_1 \\ d_2 \end{pmatrix}, \quad \hat{V}_0 = \begin{pmatrix} V_0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\hat{\mathcal{F}} = \begin{pmatrix} \mathcal{F} & \mathcal{F}^{\omega\xi} & \mathcal{F}^{\omega\xi} \\ \mathcal{F}^{\xi\omega} & \mathcal{F}^\xi & \mathcal{F}^{\xi\omega} \\ \mathcal{F}^{\xi\omega} & \mathcal{F}^{\xi\omega} & \mathcal{F}^\xi \end{pmatrix},$$

$$\hat{A}(\omega) = \begin{pmatrix} \mathcal{L}(\omega) & \mathcal{M}_1(\omega) & \mathcal{M}_2(\omega) \\ \mathcal{O}(\omega) & -\mathcal{N}_1(\omega) & \mathcal{N}_2(\omega) \\ \mathcal{O}(-\omega) & -\mathcal{N}_1(-\omega) & \mathcal{N}_2(-\omega) \end{pmatrix}$$

$$\mathcal{F}_1^s = C_0 r_0^2 (g_1 + g_1' \tau_1 \tau_2) \times \\ \times \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) (\sigma_1 \sigma_2) (\mathbf{p}_1 \mathbf{p}_2).$$

$$\mathcal{F}^\xi = C_0 f^\xi = \\ = C_0 \left(f_{\text{ex}}^\xi + h^\xi x^{2/3} + f_{\nabla}^\xi r_0^2 (\nabla x)^2 \right)$$

$$\delta_L \mathcal{F} = \frac{\delta \mathcal{F}(\rho)}{\delta \rho} \delta \rho_L, \quad \delta \rho_L = A g_L$$

Расчеты переходов из двухфононного состояния в основное для четных изотопов олова:

Приведенные вероятности переходов $B(E1)$ ($[3_1^- \times 2_1^+]_{1^-} \rightarrow 0^+$) $e^2 fm^2$

Доля КОС ~ 70%

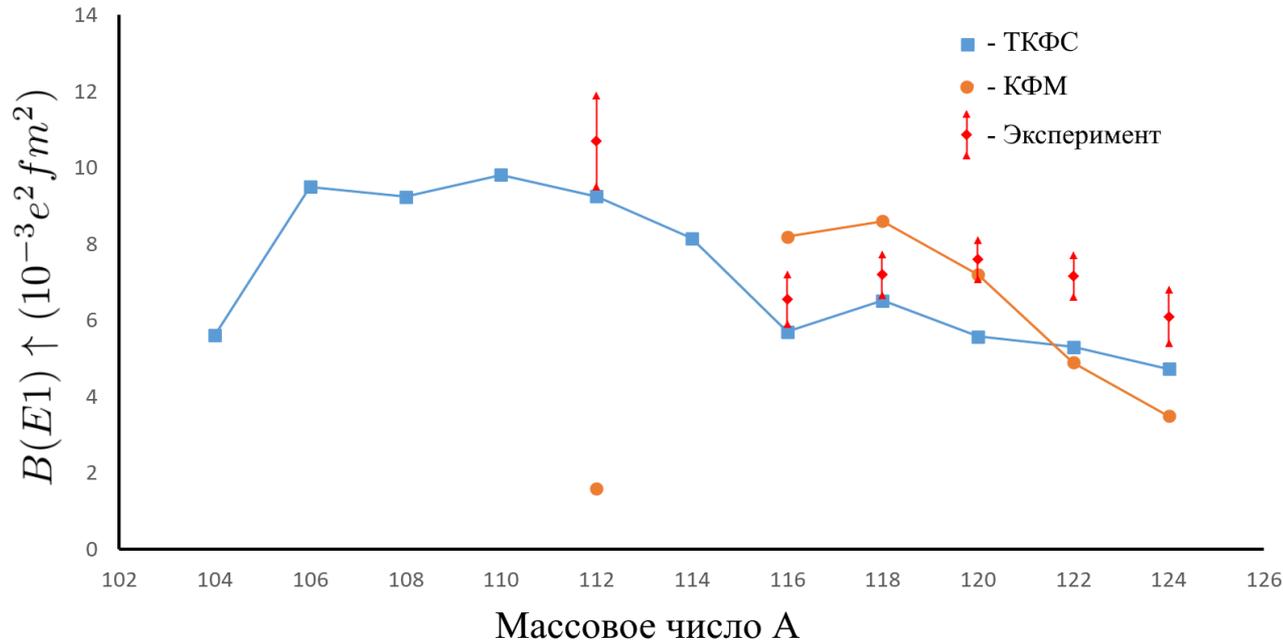


Рисунок 1 – Приведенные вероятности переходов $B(E1)$ ($[3_1^- \times 2_1^+]_{1^-} \rightarrow 0^+$) $e^2 fm^2$ в изотопах олова

Экспериментальные данные и расчеты в КФМ: J. Bryssinck. et al.. Phys. Rev. C 59. 1930 (1999).