



Кварк-поляронная модель строения нуклонов

С.С. Афонин*, А.В. Тулуб

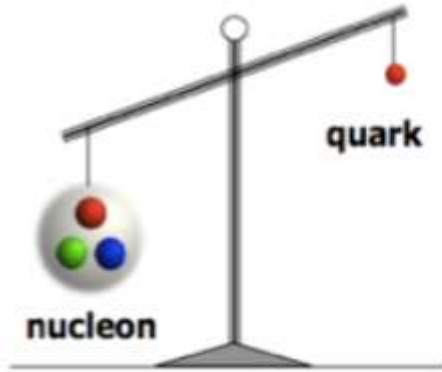
* Санкт-Петербургский государственный
университет



* НИЦ Курчатовский институт:
Петербургский институт ядерной физики



Масса нуклона – определяет основную часть массы наблюдаемого вещества во вселенной:



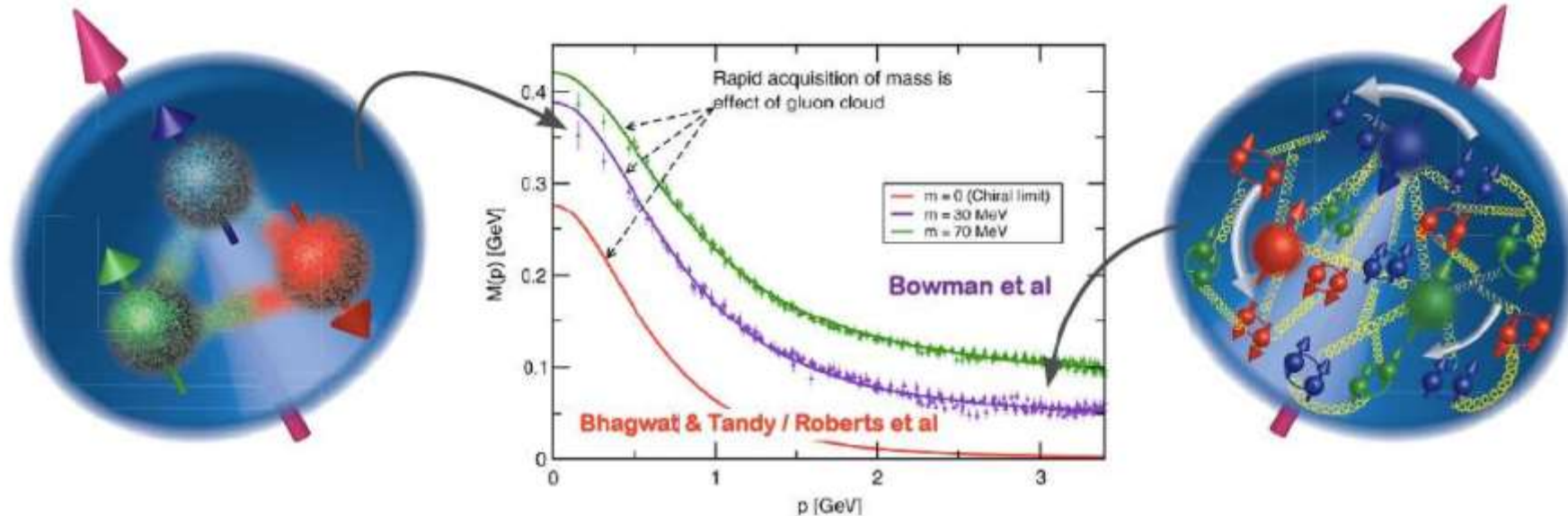
$$m_q \sim \text{few MeV}$$

$$m_N \sim 1000 \text{ MeV}$$

Токовая масса кварков (из вз-ия с бозоном Хиггса)

$\sim 1\%$ массы протона!

Как КХД генерирует массу нуклона?

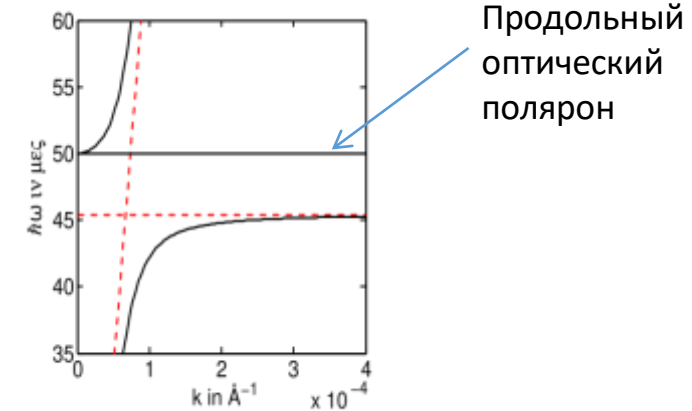
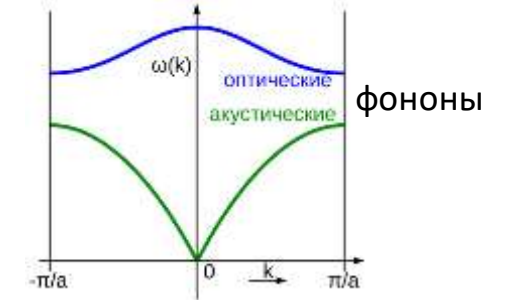
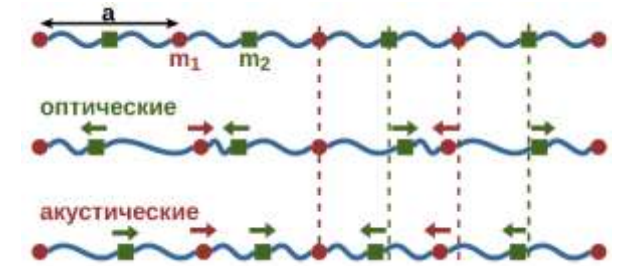
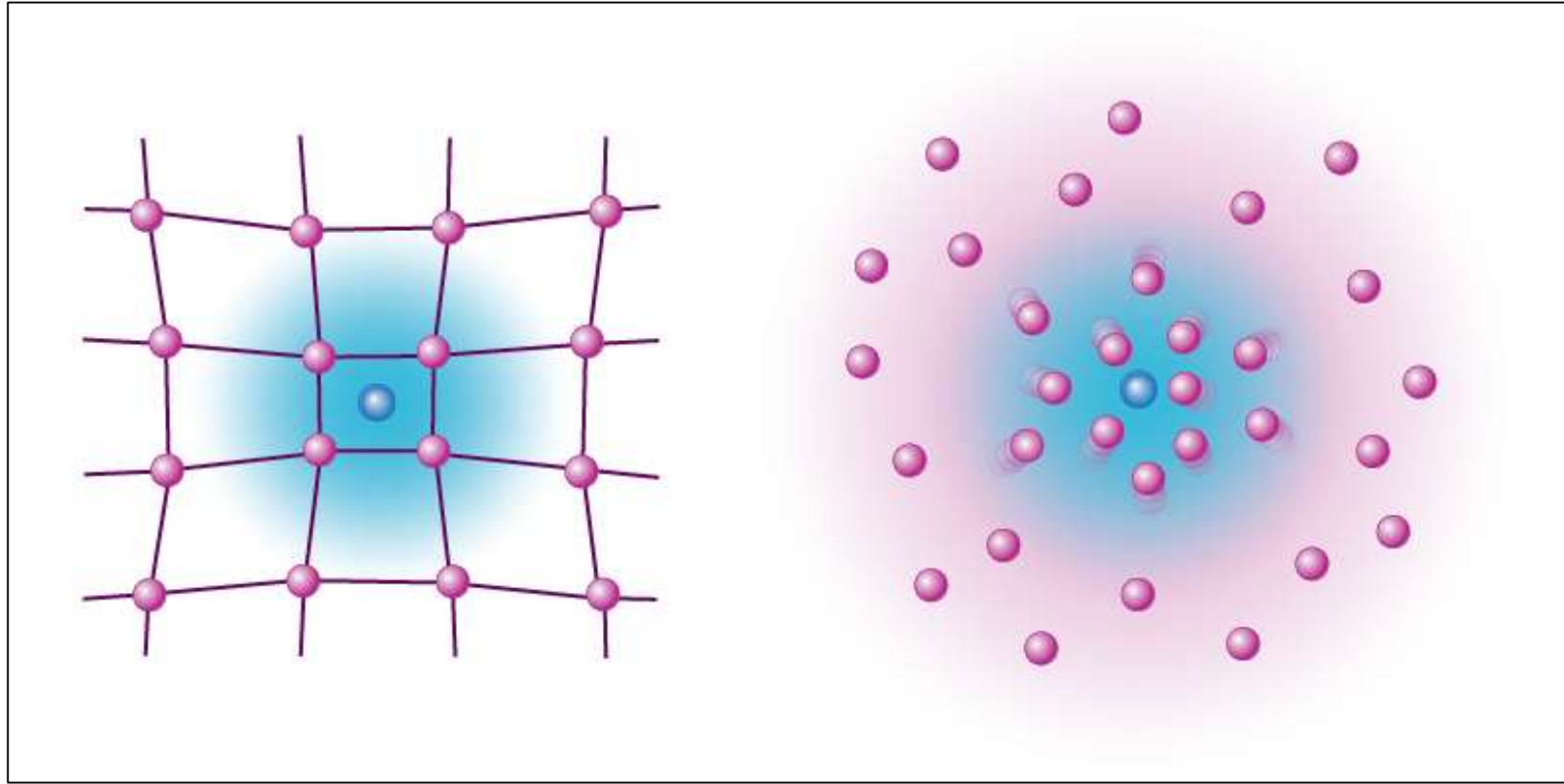


$$M_p = 2m_u^{\text{eff}} + m_d^{\text{eff}}$$

$$H_{\text{QCD}} = H_q + H_m + H_g + H_a$$

Аналог конституэнтного кварка в физике твердого тела? (источник идей!)

Полярон = электрон в ионном кристалле, движущийся вместе с
“облаком” окружающих его фононов



Классическая теория продольных поляронов

Гамильтониан
Фрёлиха:

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta_r + \sum_k \hbar\omega_0 a_k^\dagger a_k + \sum_k (V_k a_k e^{ikr} + h.c.)$$

$$V_k = -i \frac{\hbar\omega_0}{|k|} \left(\frac{4\pi\alpha}{V} \right)^{1/2} \left(\frac{\hbar}{2m\omega_0} \right)^{1/4},$$

$$\alpha = \frac{e^2}{\hbar c} \left(\frac{mc^2}{2\hbar\omega_0} \right)^{1/2} \left(\frac{1}{\epsilon_\infty} - \frac{1}{\epsilon_0} \right)$$



Fröhlich coupling constants

Material	α	Material	α
InSb	0.023	KI	2.5
InAs	0.052	TlBr	2.55
GaAs	0.068	KBr	3.05
GaP	0.20	RbI	3.16
CdTe	0.29	Bi ₁₂ SiO ₂₀	3.18
ZnSe	0.43	CdF ₂	3.2
CdS	0.53	KCl	3.44
AgBr	1.53	CsI	3.67
AgCl	1.84	SrTiO ₃	3.77
α -Al ₂ O ₃	2.40	RbCl	3.81

Решение в сильной связи

$$\alpha_{\text{eff}} \gg 1$$

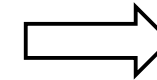
Эффективная масса электрона

$$\frac{m^*}{m} = 0.020\alpha_{\text{eff}}^4 + \dots$$

Энергия основного состояния электрона
(энергия эл. поляризации в решетке)

$$\frac{E_0}{\hbar\omega_0} = -C\alpha_{\text{eff}}^2 - \dots$$

Определяет силу связи



$$E_0^2 \sim m^*$$

Скейлинг в сильной связи!

Классика:

$$C \approx 0.108$$

Более сильный результат:

$$C = 0.1257520$$

N.I. Kashirina, V.D. Lakhno, A.V. Tulub, JETP **114** (2012) 867 [Zh. Eksp. Teor. Fiz. **141** (2012) 994].

На основе: A.V. Tulub, Sov. Phys. JETP **14** (1962) 1301 [Zh. Eksp. Teor. Fiz. **41** (1961) 1828].

Аналогия с сильными взаимодействиями при низких энергиях

Table 1: The rules of conjectured "polaron/QCD correspondence".

Longitudinal Optical Polarons	Strong Interactions
Photons	Gluons
Phonons	Pions
Electrons	Quarks
Polaron	Constituent quark
Electron mass m in conduction band	Current quark mass m_q in QCD
Effective electron mass m^*	Constituent quark mass m_q^*
Ionic lattice	Virtual gluons and quark-antiquark pairs, neighboring valence quarks
Absolute value of electron ground state energy E_0 in ionic lattice	Ground state energy of dressed quark in QCD vacuum = nucleon mass M_N
Electron-phonon coupling α	Quark-pion coupling α_{eff}
Phonon energy $\hbar\omega_0$	$m_\pi c^2$

Входные данные из сильных взаимодействий

Положим

$$m_q^* = \frac{1}{3} \frac{M_p + M_n}{2} \approx \frac{939}{3} = 313 \text{ MeV}.$$

Далее

$$m_\pi^2 f_\pi^2 = -(m_u + m_d) \langle \bar{q}q \rangle$$

Соотношение Гелл-Манна-Оакеса-Реннера (ГОР)

$$\langle \bar{q}q \rangle \equiv \langle \bar{u}u \rangle = \langle \bar{d}d \rangle \quad f_\pi = 92.2 \text{ MeV} \quad \langle \bar{q}q \rangle \approx -(250 \text{ MeV})^3 \quad m_\pi = 140 \text{ MeV}$$

$$m_u + m_d \approx 11 \text{ MeV} \quad - \text{ из киральной теории возмущений: } \begin{cases} m_u \approx 4 \text{ MeV} \\ m_d \approx 7 \text{ MeV} \end{cases}$$

$$\Rightarrow m_q = \overline{m}_{u,d} \approx 5.5 \text{ MeV}.$$

Результаты

$$\alpha_{\text{eff}} \approx \left(\frac{313}{0.02 \cdot 5.5} \right)^{1/4} \approx 7.3.$$

$$\frac{m^*}{m} = 0.020\alpha_{\text{eff}}^4 + \dots$$

$$\frac{E_0}{\hbar\omega_0} = -C\alpha_{\text{eff}}^2 - \dots$$

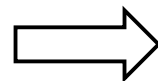
Близко к $\alpha_{\pi qq} \simeq \frac{3}{5}\alpha_{\pi NN} \approx \frac{3}{5} \cdot 13 \approx 8$

$$M_N^2 = \frac{C^2 m_\pi^2}{0.02} \frac{m_q^*}{m_q} = -(10C)^2 \frac{m_q^* \langle \bar{q}q \rangle}{f_\pi^2}$$

При выборе $C = 0.1257520$

$$M_N^2 \simeq 0.79 \frac{m_q^*}{m_q} m_\pi^2 = -\frac{1.58 m_q^* \langle \bar{q}q \rangle}{f_\pi^2}$$

$$E_0^2 \simeq 0.79 \frac{m^*}{m} (\hbar\omega_0)^2$$



$$M_N \approx 939 \text{ MeV}$$

Связь с КХД?

$$M_N^2 \simeq \frac{1.58 m_\pi^2}{2} \frac{m_q^*}{m_q} = -\frac{1.58 m_q^* \langle \bar{q}q \rangle}{f_\pi^2} \approx -\frac{3m_q^* \langle \bar{q}q \rangle}{2f_\pi^2}$$

- Обобщение формулы ГОР?

$$m_\pi^2 f_\pi^2 = -2m_q \langle \bar{q}q \rangle$$

Гравитационная масса адрона

$$m_h = -\frac{1}{2m_h} \langle h(p) | \Theta_\mu^\mu(0) | h(p) \rangle$$

$\langle h(p) | h(p) \rangle = 2p_0$

КХД:

$$\Theta_\mu^\mu = \frac{\beta(g_s)}{2g_s} G_{\mu\nu}^2 + \sum_{q=u,d,\dots} (1 + \gamma_{m_q}) m_q \bar{q}q.$$

Было приближенно выведено
при некоторых предположениях

$$m_h = -\frac{1}{2m_h} \langle h(p) | \frac{\beta(g_s)}{2g_s} G_{\mu\nu}^2 + \sum_{q=u,d,\dots} \gamma_{m_q} m_q \bar{q}q | h(p) \rangle$$

$$- \frac{1}{2m_h} \langle h(p) | \sum_{q=u,d,\dots} m_q \bar{q}q | h(p) \rangle.$$

ренорминвариантны

Побочный результат

В однопетлевом приближении:

$$\frac{\beta}{2g_s} = -\frac{\beta_0}{8} \frac{\alpha_s}{\pi}, \quad \beta_0 = 11 - \frac{2}{3}n_f, \quad \alpha_s = \frac{g_s^2}{4\pi}$$

Промежуточное выражение:

$$M_N^2 \approx -\frac{1}{2} |\langle 0|N \rangle|^2 \langle \bar{q}q \rangle \left(-\frac{\beta_0}{8} \frac{\frac{\alpha_s}{\pi} \langle G_{\mu\nu}^2 \rangle}{\langle \bar{q}q \rangle} + \sum_{q=u,d} (1 + \gamma_{m_q}) m_q \right)$$

Запишем в виде

$$M_N^2 \approx -\frac{1}{2} |\langle 0|N \rangle|^2 \langle \bar{q}q \rangle \sum_q m_q^*$$

Если суммируем по 3-м кваркам, то получим в киральном пределе $m_q = 0$,

$$m_q^* \simeq -\frac{\beta_0}{24} \frac{\frac{\alpha_s}{\pi} \langle G_{\mu\nu}^2 \rangle}{\langle \bar{q}q \rangle}.$$

$$\frac{\alpha_s}{\pi} \langle G_{\mu\nu}^2 \rangle = 0.012(3) \text{ GeV}^4$$

$$\left\{ \begin{array}{l} n_f = 2, \quad m_q^* \approx 320 \pm 80 \text{ MeV} \\ n_f = 3, \quad m_q^* \approx 300 \pm 80 \text{ MeV} \end{array} \right.$$

Пион-нуклонный сигма-член

$$\sigma_{\pi N} = \frac{\overline{m}_{u,d}}{2m_N} \langle N(p) | \bar{u}u + \bar{d}d | N(p) \rangle$$

Отражает вклад в массу нуклона за счет ненулевых масс токовых кварков.

Современная оценка: $\approx 40\text{--}60 \text{ MeV}$

Не зависит от константы взаимодействия в явном виде => видимо, не должен сильно измениться в пределе слабой связи

Чему это соответствует в теории полярона?

$$\frac{E_0}{\hbar\omega_0} = -\alpha - 0.016\alpha^2 - \dots \quad (\alpha \rightarrow 0),$$

$$\frac{m^*}{m} = 1 + \frac{\alpha}{6} + 0.024\alpha^2 + \dots \quad (\alpha \rightarrow 0)$$

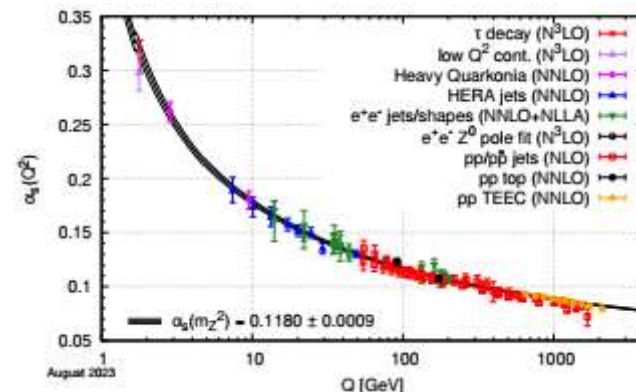
Из “Таблицы соответствия”:

$$\sigma_{\pi N} \simeq \alpha_s m_\pi$$

$$m_\pi = 140 \text{ MeV}$$

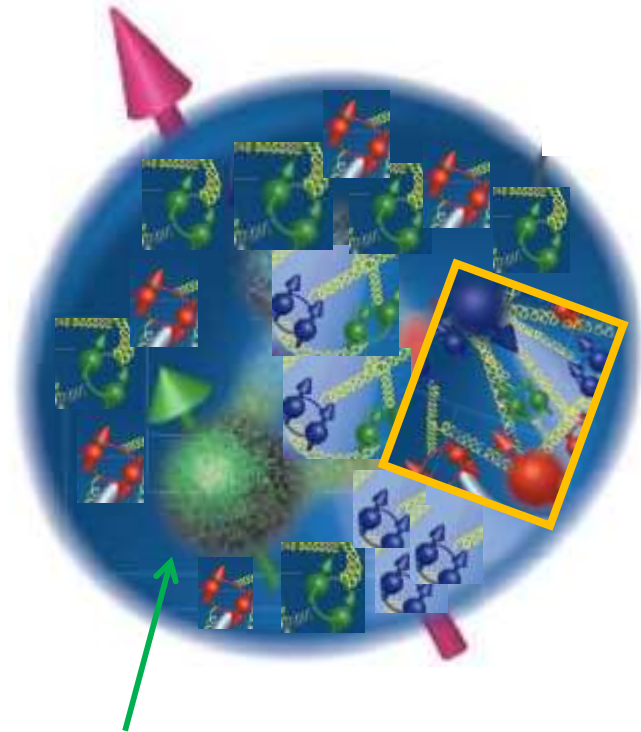
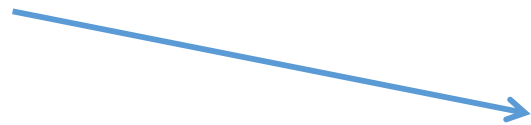
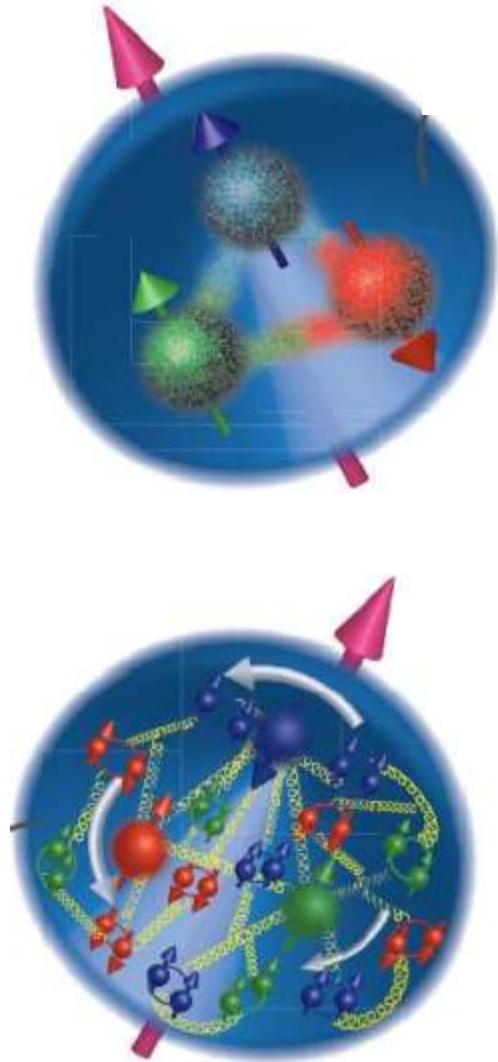
Для α_s в области $\approx 0.3\text{--}0.4$ получаем $\approx 40\text{--}60 \text{ MeV}$

$\approx$ на масштабе масс нуклонов



Поляронная картина нуклона?

(как построить “поляронную” волновую функцию нуклона?)



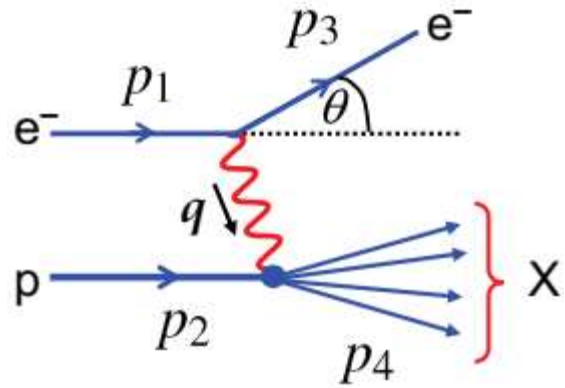
Валентный **[du]**-дикварк (спин-0) – часть “шубы” – нужен для экранировки цветового заряда

$$Q_p = Q_u + Q_{[u,d]} = \frac{2}{3} + \frac{1}{3} = 1$$

$$Q_n = Q_d + Q_{[u,d]} = -\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 0$$

Только один “конституэнтный” кварк!

КХД: глубоко-неупругое *ep*-рассеяние



$$x \equiv \frac{Q^2}{2p_2 \cdot q}$$

Bjorken x

(Lorentz Invariant)

$$0 < x < 1 \text{ inelastic}$$

$$Q^2 \equiv -q^2$$

$$Q^2 > 0$$

$$y \equiv \frac{p_2 \cdot q}{p_2 \cdot p_1}$$

(Lorentz Invariant)

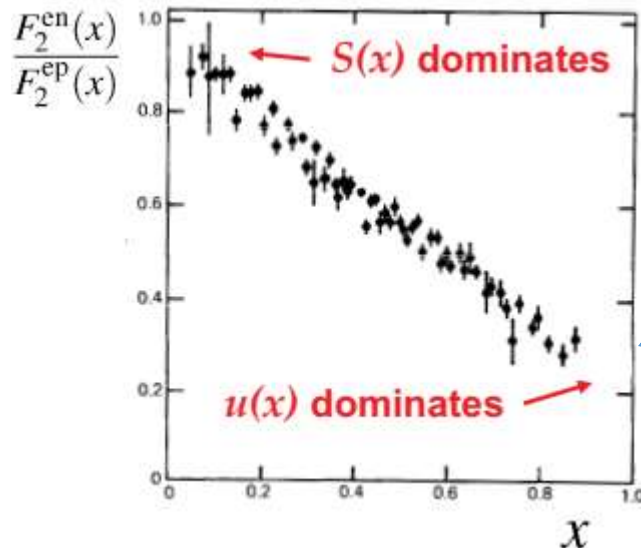
fractional energy loss of the incoming particle

$$0 < y < 1$$

$Q^2 \gg M^2 y^2$
(предел высоких энергий)

$$\frac{d^2\sigma}{dx dQ^2} = \frac{4\pi\alpha^2}{Q^4} \left[(1-y) \frac{F_2(x, Q^2)}{x} + y^2 F_1(x, Q^2) \right]$$

Структурные функции

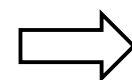


$$\frac{F_2^{\text{en}}(x)}{F_2^{\text{ep}}(x)} = \frac{4d_V(x) + u_V(x) + 10S(x)}{4u_V(x) + d_V(x) + 10S(x)}$$

Интерпретация:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{F_2^n(x)}{F_2^p(x)} \rightarrow \frac{1}{4} = \frac{Q_d^2}{Q_u^2} = \frac{(-\frac{1}{3})^2}{(\frac{2}{3})^2}$$

Грубо говоря, при удалении “шубы”,
протон становится **u**-кварком, **нейтрон** – **d**-кварком!



Должен иметь место
и обратный процесс

Заключение

- Предложен концептуально новый подход к описанию нуклонов, основанный на физических аналогиях с теорией полярона.
- Главное достоинство – простота (всё уже вычислено в теории полярона).
- Неожиданно хорошее согласие с феноменологией.
- Численное согласие указывает на универсальность рассмотренных явлений в физике полярона и сильных взаимодействиях в режиме сильной связи.