

Введение

Ультрарелятивистский электронный пучок, движущийся по окружности, генерирует сильно коллимированное магнитотормозное излучение с частотами, достигающими рентгеновского и даже гамма-диапазона [1], причём длительность импульса оказывается сравнимой с его характерной обратной частотой ω_w^{-1} . Подобные импульсы, генерируемые электронными пучками на источниках нового поколения (возможно таких, как СКИФ), создают условия, необходимые для наблюдения и изучения нетривиальных нелинейных процессов квантовой электродинамики. В условиях сильного электромагнитного поля один гамма-квант может превращаться в электрон-позитронную пару. В настоящей работе мы рассматриваем процесс рождения такой пары в поле короткого рентгеновского импульса, моделируемого плоской волной с профилем, воспроизводящим форму магнитотормозного излучения [2]. Используя точные решения уравнения Дирака в плоской волне (функции Волкова) и первый порядок теории возмущений [3,4], мы выводим амплитуду перехода, дифференциальную вероятность образования пары и спектр позитронов [5]. Показано, что спектры имеют однопиковую форму: положение и ширина пика зависят от частоты импульса, а высота — от его амплитуды, что позволяет рассматривать процесс рождения пар как потенциальный инструмент для косвенной диагностики параметров рентгеновского поля.

Рассматриваемая модель

Электрон и позитрон в электромагнитном поле

Уравнение Дирака в плоской электромагнитной волне

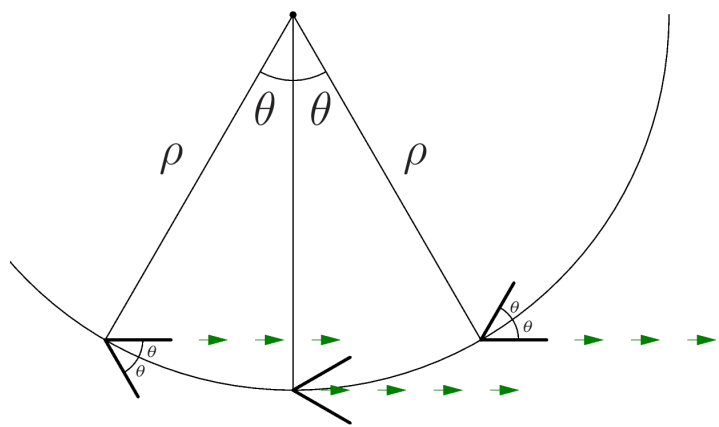
$$(i\hat{\partial} - e\hat{A}(x) - m)\Psi(x) = 0.$$

Решение такого уравнения

$$\Psi(x) = \left[1 + \frac{e\hat{k}_w\hat{A}}{2(k_w p)} \right] u \exp(iS), \quad S = -px - \int_0^y \left(\frac{e(pA(\varphi))}{(k_w p)} - \frac{e^2 A^2(\varphi)}{2(k_w p)} \right) d\varphi,$$

k_w – волновой 4-вектор ($k_w^2 = 0$) импульса волны, p – 4-импульс электрона.

Модель плоской электромагнитной волны



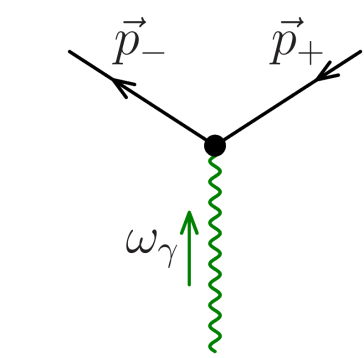
Рассмотрим движение заряженных частиц по окружности. Такая система излучает электромагнитные волны с векторным потенциалом [2]

$$\mathbf{A}(x) = \frac{2q\gamma \mathbf{a}}{r} \frac{y}{a(1+y^2)}, \quad t - r = \frac{y}{\omega_w} \left(1 + \frac{y^2}{3} \right),$$

где q – заряд частицы, r – точка наблюдения,

$\mathbf{a} = -1/\rho \mathbf{e}_x$, ρ – радиус кривизны траектории, $\omega_w = 2\gamma/\rho$. Генерируемый заряженными частицами электромагнитный импульс индуцирует образование электрон-позитронной пары из одного гамма-кванта. Используем обозначение $\mathbf{A}_0 = 2q\gamma/\rho a$.

Амплитуда рождения e^+e^- -пары



Амплитуда перехода фотона с импульсом k_γ в состояние электрона Ψ_- с импульсом p_- и состояние Ψ_+ позитрона с импульсом p_+ в поле волны имеет вид [3, 4]:

$$S_{fi} = (-ie) \int d^4x \bar{\Psi}_+ \hat{\varepsilon} \Psi_- e^{-ik_\gamma x}.$$

Интегрирование по d^4x дает

$$S_{fi} = -\frac{(2\pi)^2}{\omega_w \sqrt{8E_- E_+ \omega_\gamma}} i e \delta(\Delta_z - \Delta_t) \delta(\Delta_x) \delta(\Delta_y) \cdot \mathbf{T}_{fi}$$

$$\mathbf{T}_{fi} = \bar{v} \hat{\varepsilon} u \cdot \mathbf{J}_0 + e \bar{v} \left(\frac{\hat{\varepsilon} \hat{k}_w \hat{A}_0}{2\omega_w \varkappa_-} - \frac{\hat{A}_0 \hat{k}_w \hat{\varepsilon}}{2\omega_w \varkappa_+} \right) u \cdot \mathbf{J}_1 + \frac{e^2 A_0^2(k_w \varepsilon)}{2\omega_w \varkappa_- \varkappa_+} \bar{v} \hat{k}_w u \cdot \mathbf{J}_2$$

где p^i и k_γ^i компоненты импульсов,

$$\Delta_i = p_+^i + p_-^i - k_\gamma^i, \quad \varkappa_\pm = E_\pm - p_\pm^z$$

Интегралы от быстро осциллирующих функций

$$J_0 = \int_{-\infty}^{+\infty} (1 + \eta^2) e^{i\varphi(\eta)} d\eta, \quad J_1 = \int_{-\infty}^{+\infty} \eta e^{i\varphi(\eta)} d\eta, \quad J_2 = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\eta^2}{1 + \eta^2} e^{i\varphi(\eta)} d\eta, \quad (1)$$

где фаза

$$\varphi(\eta) = a\eta^2 - b(\eta - \arctg(\eta)) + d\left(\frac{\eta^2}{3} + 1\right)\eta,$$

и параметры (a , b , d) имеют вид

$$a = \frac{eA_0}{2\omega_w} \left(\frac{p_-^z}{\varkappa_-} - \frac{p_+^z}{\varkappa_+} \right), \quad b = \frac{e^2 A_0^2}{2\omega_w} \left(\frac{1}{\varkappa_-} + \frac{1}{\varkappa_+} \right), \quad d = \frac{E^+ + E^- - \omega_\gamma}{\omega_w}.$$

Для расчета интегралов (1) использовались метод Левина [6] и метод наискорейшего спуска. Сравнение методов приводится на рис. 1а и рис. 1б.

Квадрат модуля

Квадрат модуля для амплитуды рассеяния, просуммированный по поляризациям электрона, позитрона и фотона:

$$|T_{fi}|^2 = 8|J_0|^2((p_- p_+) + 2m^2) - 8e^2 A_0^2 \text{Re}(J_0 J_2^*) - 4A_0^2 |J_1|^2 \left(\frac{\varkappa_+}{\varkappa_-} + \frac{\varkappa_-}{\varkappa_+} \right) + 8\text{Re}(J_0 J_1^*) (\varkappa_+ + \varkappa_-) \left(\frac{(A_0 p_-)}{\varkappa_-} - \frac{(A_0 p_+)}{\varkappa_+} \right).$$

Вероятность перехода

Вероятность образования позитрона в ед. времени в интервале энергии позитрона E_+

$$\frac{dw}{dtdE_+} = e^2 \int |T_{fi}|^2 \frac{p_+ d\Omega_+}{(2\pi)^3 \varkappa_0 \omega_w^2 \omega_\gamma}, \quad \text{где } \varkappa_0 = p_+^z - E_+ - k_\gamma^z + \omega_\gamma.$$

Зависимость вероятности от энергии гамма-кванта представлена на рис.3а и рис.4а. Спектры позитронов показаны на рис.2а и рис.2б.

Графики

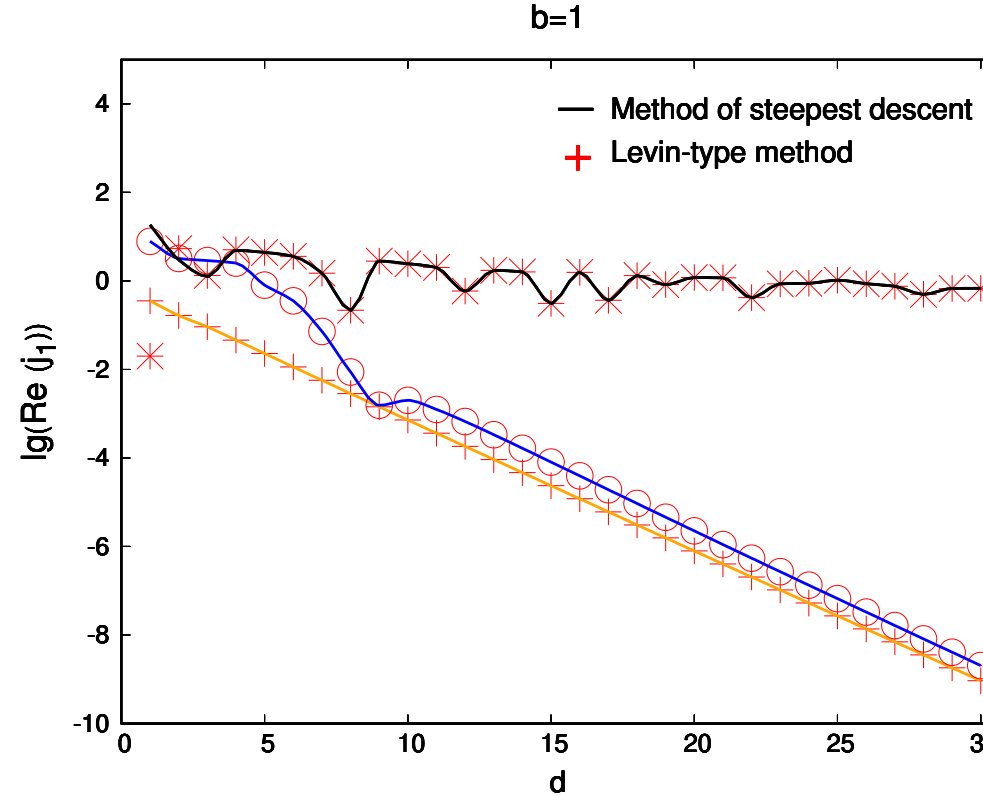


Рис. 1а: Логарифм вещественной части J_1

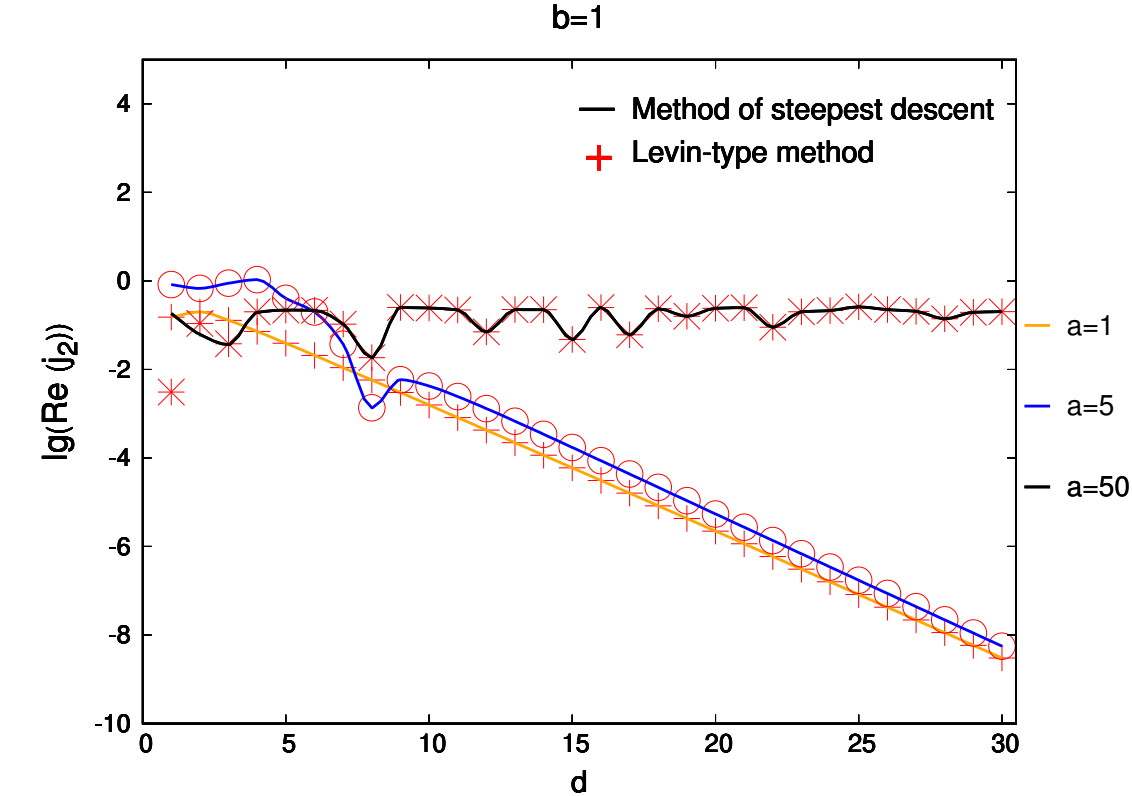


Рис. 1б: Логарифм вещественной части J_2

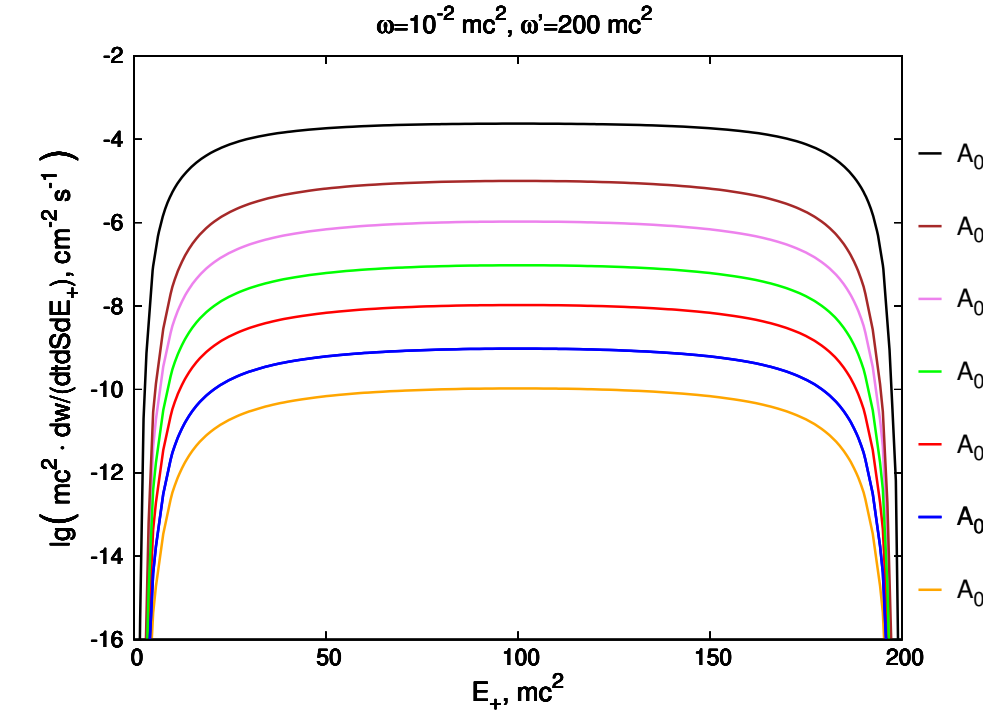


Рис. 2а: Спектр позитронов при $\omega_\gamma = 200 mc^2$

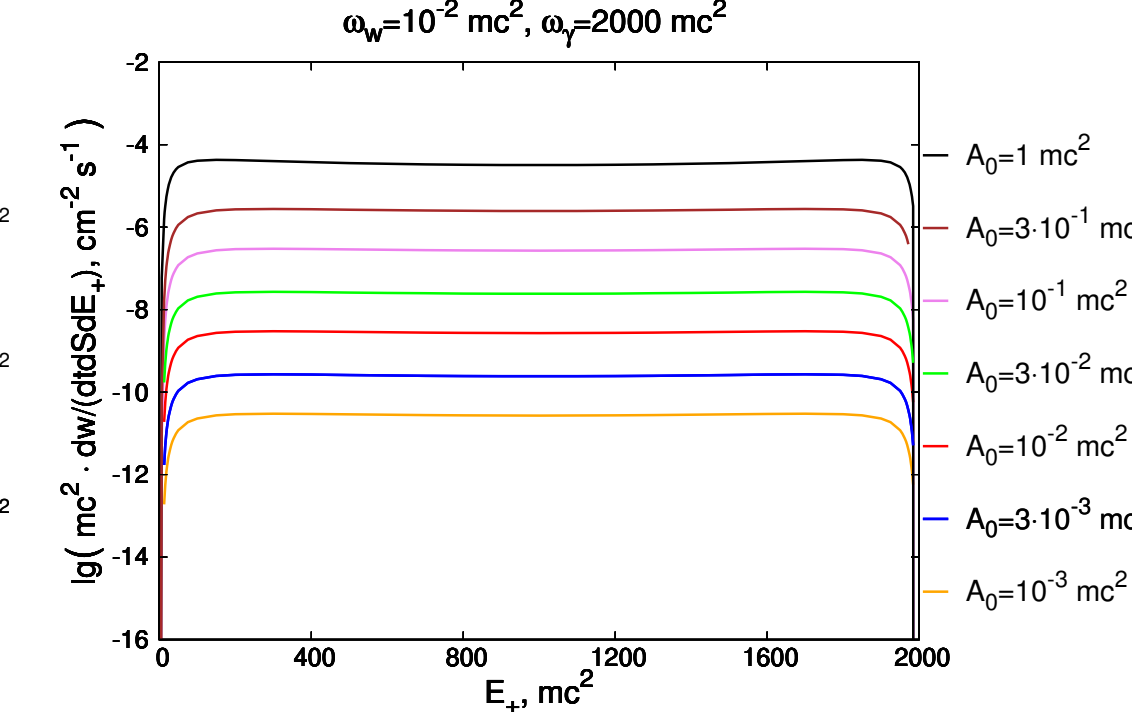


Рис. 2б: Аналогично рис. 2а, но для $\omega_\gamma = 2000 mc^2$

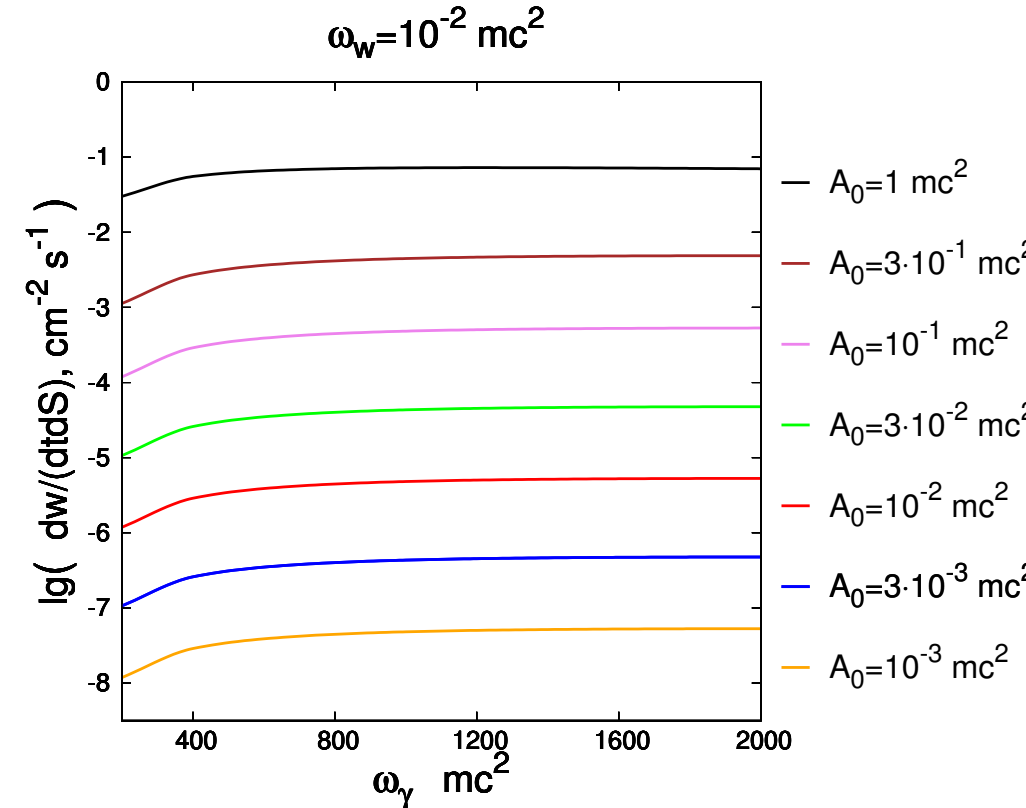


Рис. 3а: Полная вероятность рождения e^+ при $\omega_w = 10^{-2} mc^2$

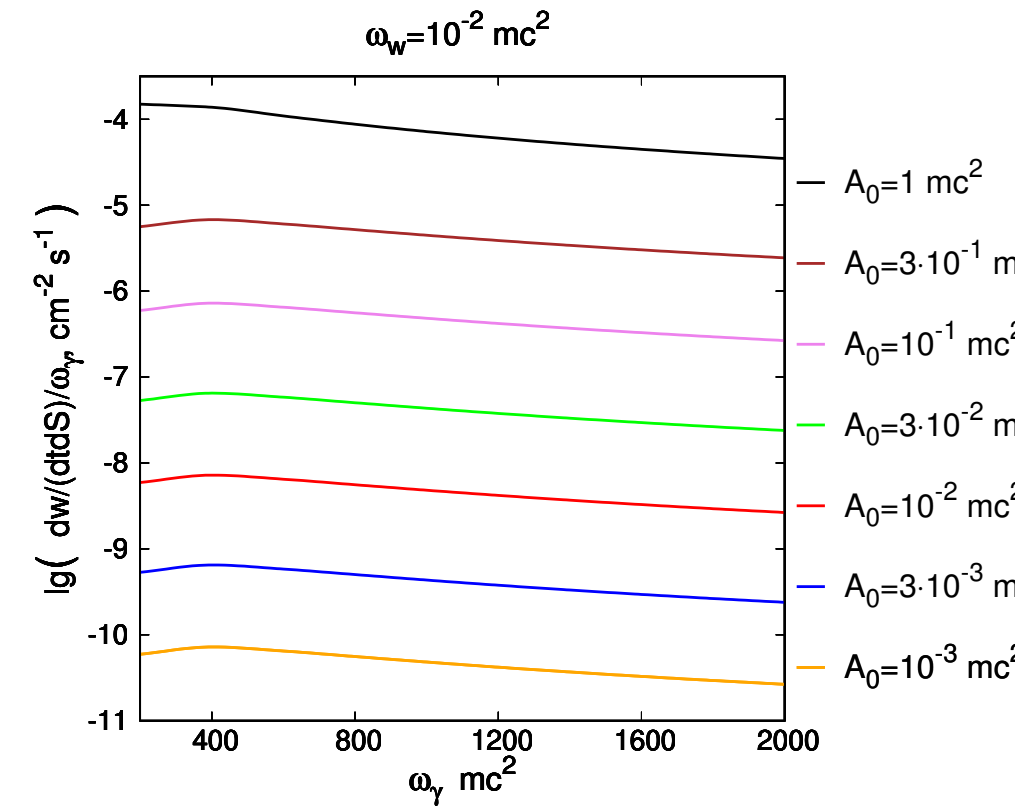


Рис. 3б: Средний темп рождения в единицу интервала энергии e^+ при $\omega_w = 10^{-2} mc^2$

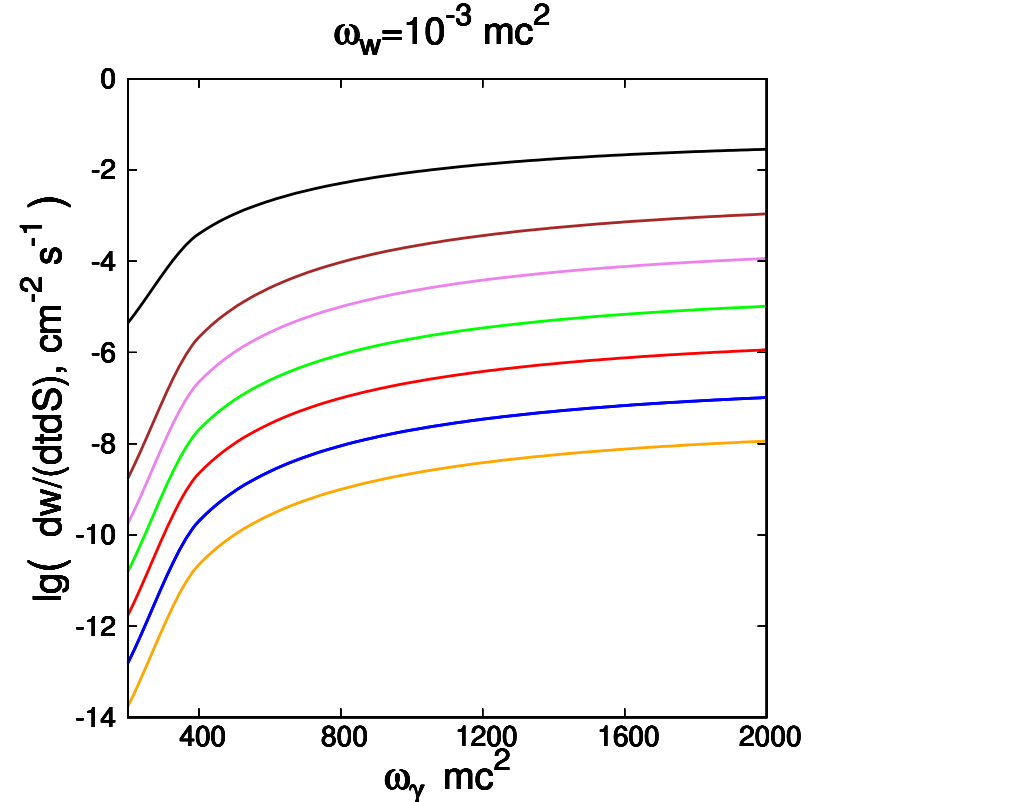


Рис. 4а: Аналогично рис. 3а, но для $\omega_w = 10^{-3} mc^2$

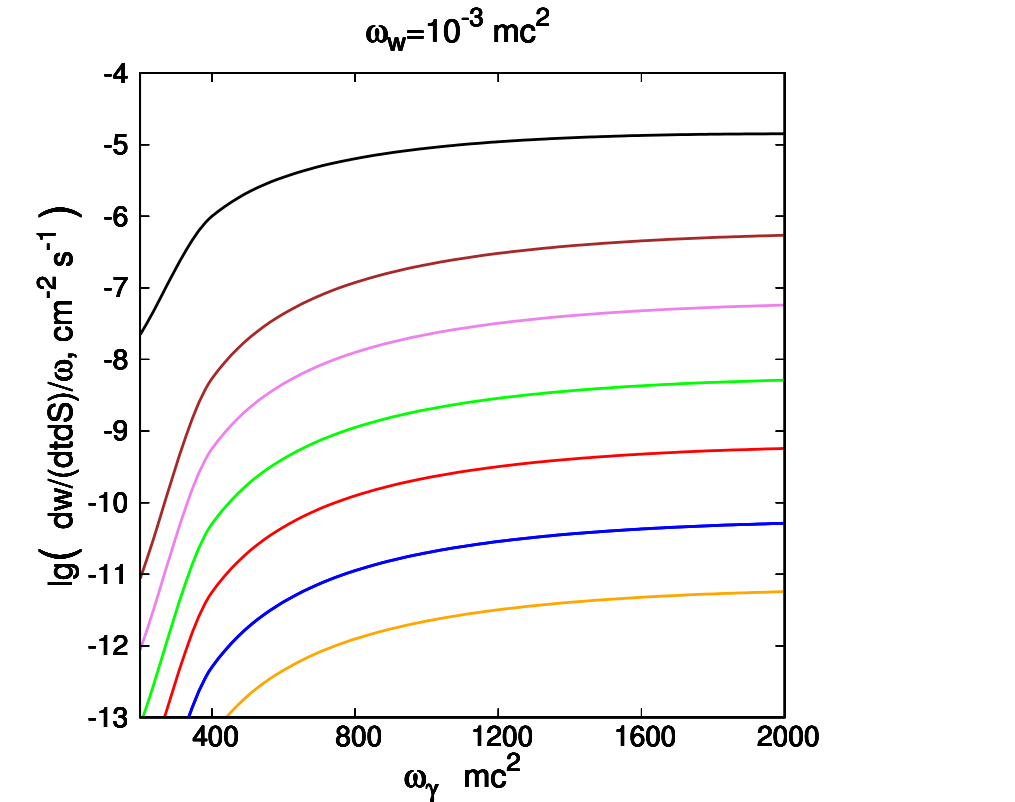


Рис. 4б: Аналогично рис. 3б, но для $\omega_w = 10^{-3} mc^2$

Результаты

- 1) При больших энергиях гамма-кванта $\hbar\omega_\gamma$ рождение e^+ происходит более-менее равномерно для различных энергий позитрона.
- 2) Для характерной частоты $\hbar\omega_w = 10^{-2} mc^2$ (5 кэВ) темп рождения позитронов в интервале энергии падает, начиная с энергии $\hbar\omega_\gamma = 400 mc^2$ (200 МэВ). Для $\hbar\omega_w = 10^{-3} mc^2$ (0.5 кэВ) темп продолжает расти с ростом энергии гамма-кванта $\hbar\omega_\gamma$.
- 3) Пик спектра находится примерно на половине значения энергии гамма-кванта $E_+ \approx \frac{\omega_\gamma}{2}$.
- 4) Более эффективно увеличивать амплитуду рентгеновского импульса A_0 , чем энергию гамма-кванта $\hbar\omega_\gamma$.
- 5) Положение, ширина и высота пика спектра позитронов, а также полная вероятность образования пар, благодаря разным зависимостям от частоты импульса ω_w и его амплитуды A_0 , могут быть использованы для косвенной диагностики этих параметров рентгеновского поля. Т.е. имеем задачу параметрической подгонки по данным спектра.

Список литературы

- [1] Работы с использованием синхротронного излучения в Новосибирском научном центре / Золотарев К.В. [и др.]. // Известия Российской академии наук. Серия физическая. 2023. Т. 87. №5. С. 614-626.
- [2] В. Н. Байер, В. М. Катков, В. С. Фадин Излучение релятивистских электронов. Москва АТОМ-ИЗДАТ 1973, с. 376.
- [3] В.И. Ритус, "Квантовая электродинамика явлений в интенсивном поле" Труды ФИАН т. 111, 1979.
- [4] Рощупкин С.П., Лебедь А.А. Эффекты квантовой электродинамики в сильных импульсных лазерных полях. Наукова думка, г. Киев, 2013 г., 212 с.
- [5] А.В. Халяпин, С.В. Бобашев, Д.П. Барсуков, Письма в ЖТФ, 50 (23), 15–18 (2024).
- [6] Levin David. Procedures...// Mathematics of Computation. 1982. Vol. № 38. p. 531-538.