



Водородоподобная симметрия в спектрах лёгких мезонов

Сергей Афонин

Алиса Цимбал

Санкт-Петербургский государственный
университет

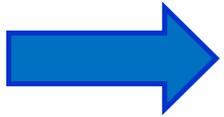


НИЦ Курчатовский институт:
Петербургский институт ядерной физики



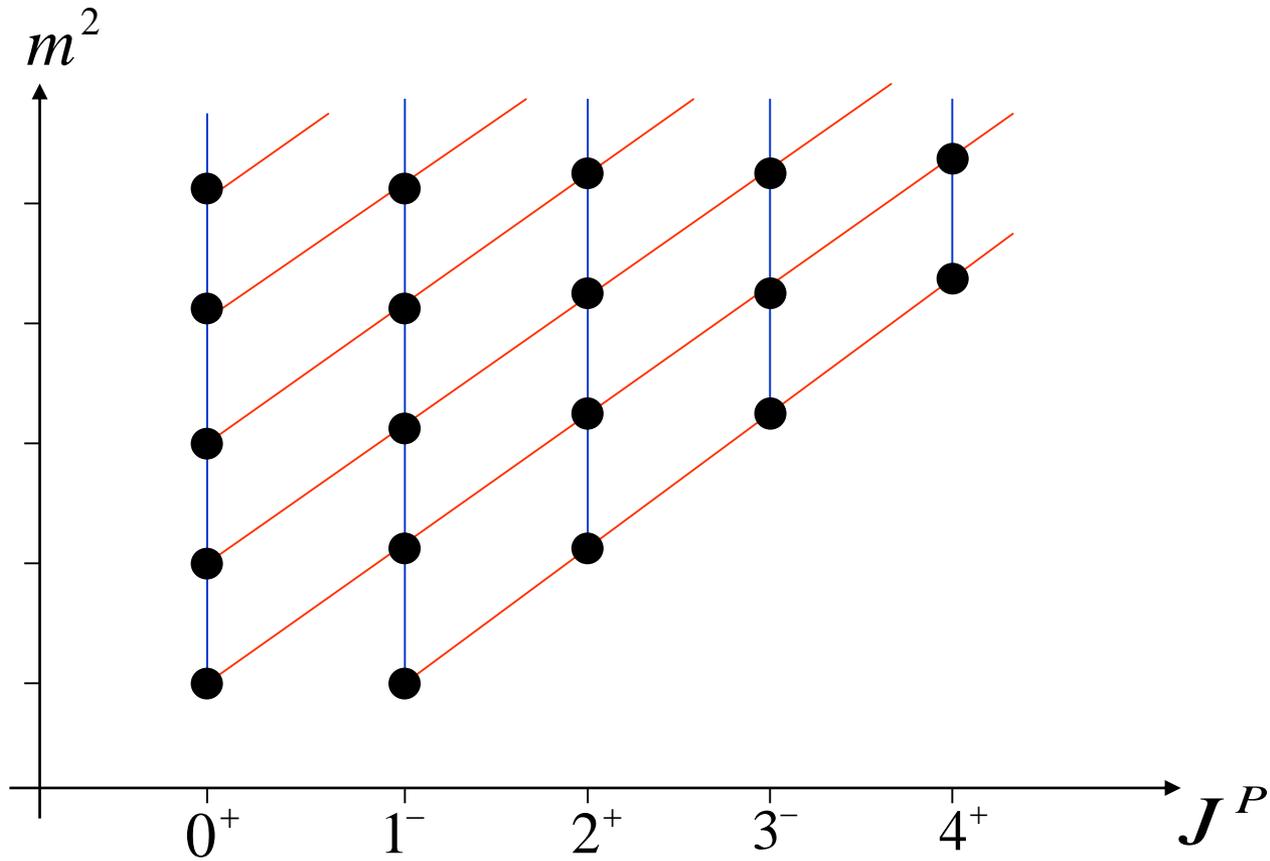
Важнейшее проявление конфаймента кварков и глюонов:

существование богатого спектра адронов



Изучение свойств спектра = изучение сил конфаймента

Линейные траектории: реджевские и радиальные



$m^2(J) = m_0^2 + \alpha' J$ — Траектории Редже (линейные)

$m^2(n) = \mu_0^2 + \alpha n$ — Радиальные траектории Редже

Лёгкие нестранные мезоны в Particle Data

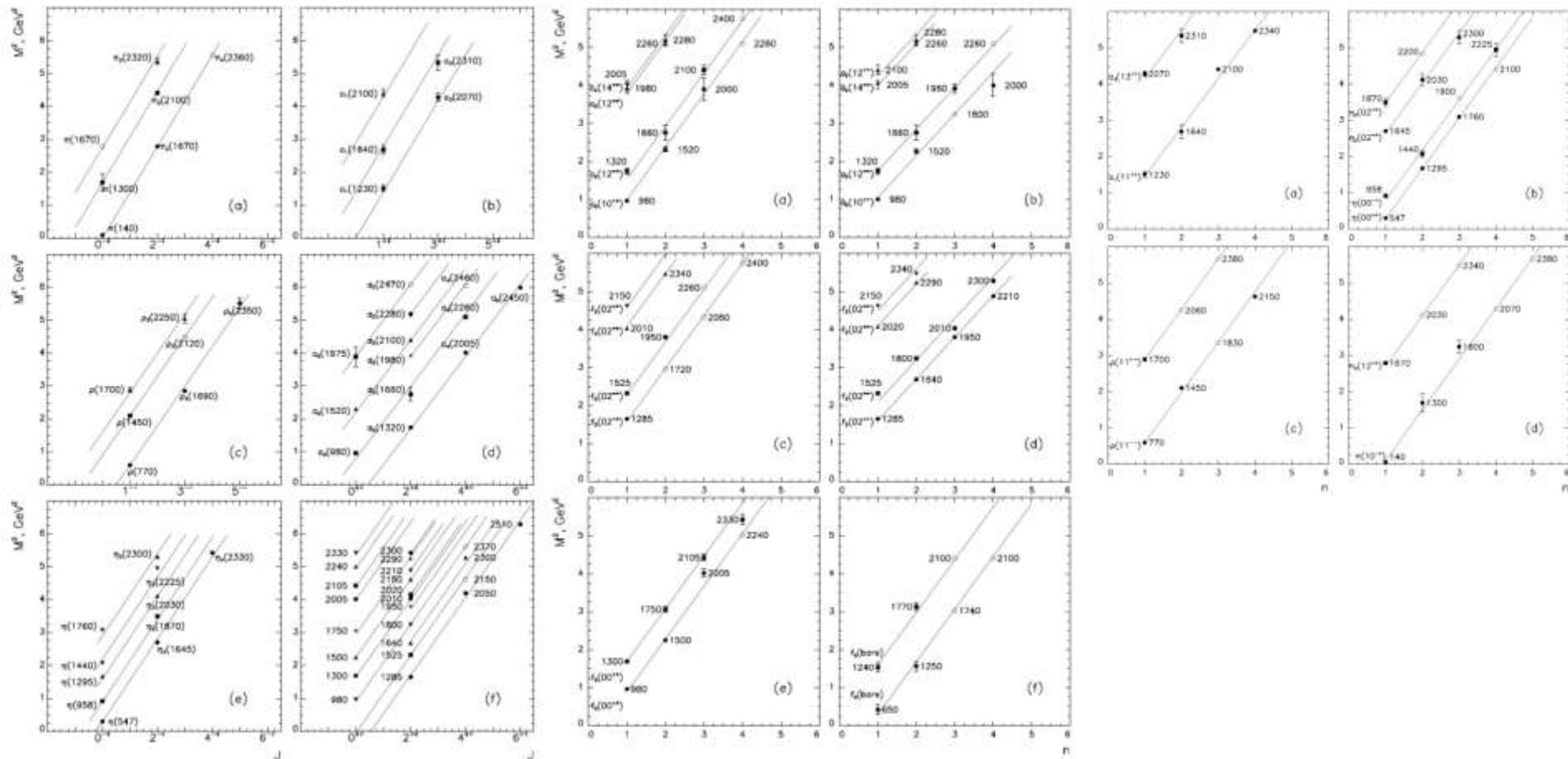
CRYSTAL BARREL (1.9-2.4 ГэВ)

A.V. Anisovich, V.V. Anisovich and A.V. Sarantsev, PRD (2000)

V.V. Anisovich, Phys. Usp. 47 (2004) 45

D.V. Bugg, Phys. Rept. (2004)

Реджевское поведение!

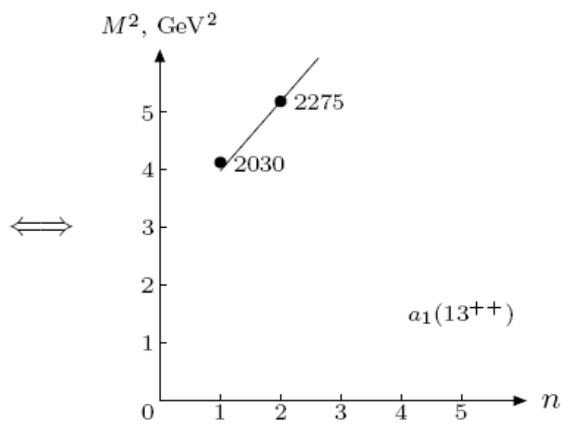
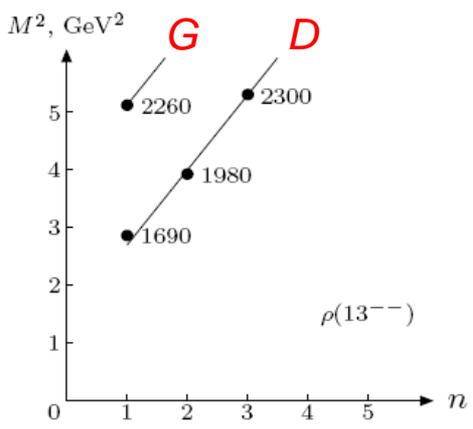
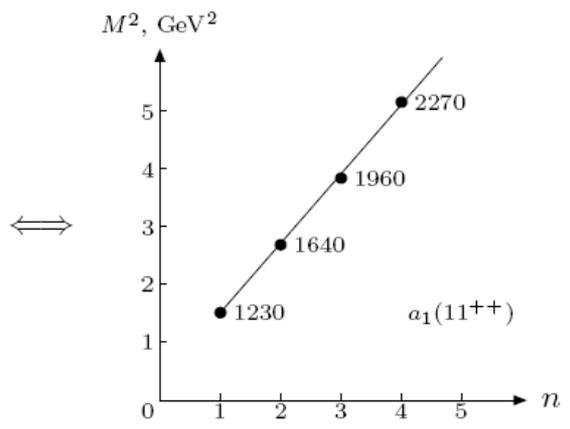
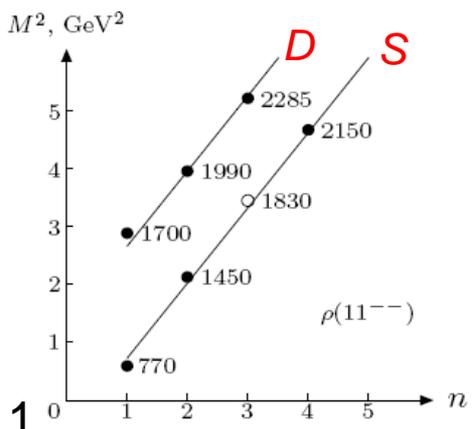


Удвоение ряда траекторий:

$L=0$ (S-wave): $J = \uparrow\uparrow = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$
 $q\bar{q}$

$L=2$ (D-wave): $J = \uparrow\downarrow\downarrow = 2 - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 1$
 $L q\bar{q}$

⇒ Два вида ρ -мезонов!



Линейные траектории:

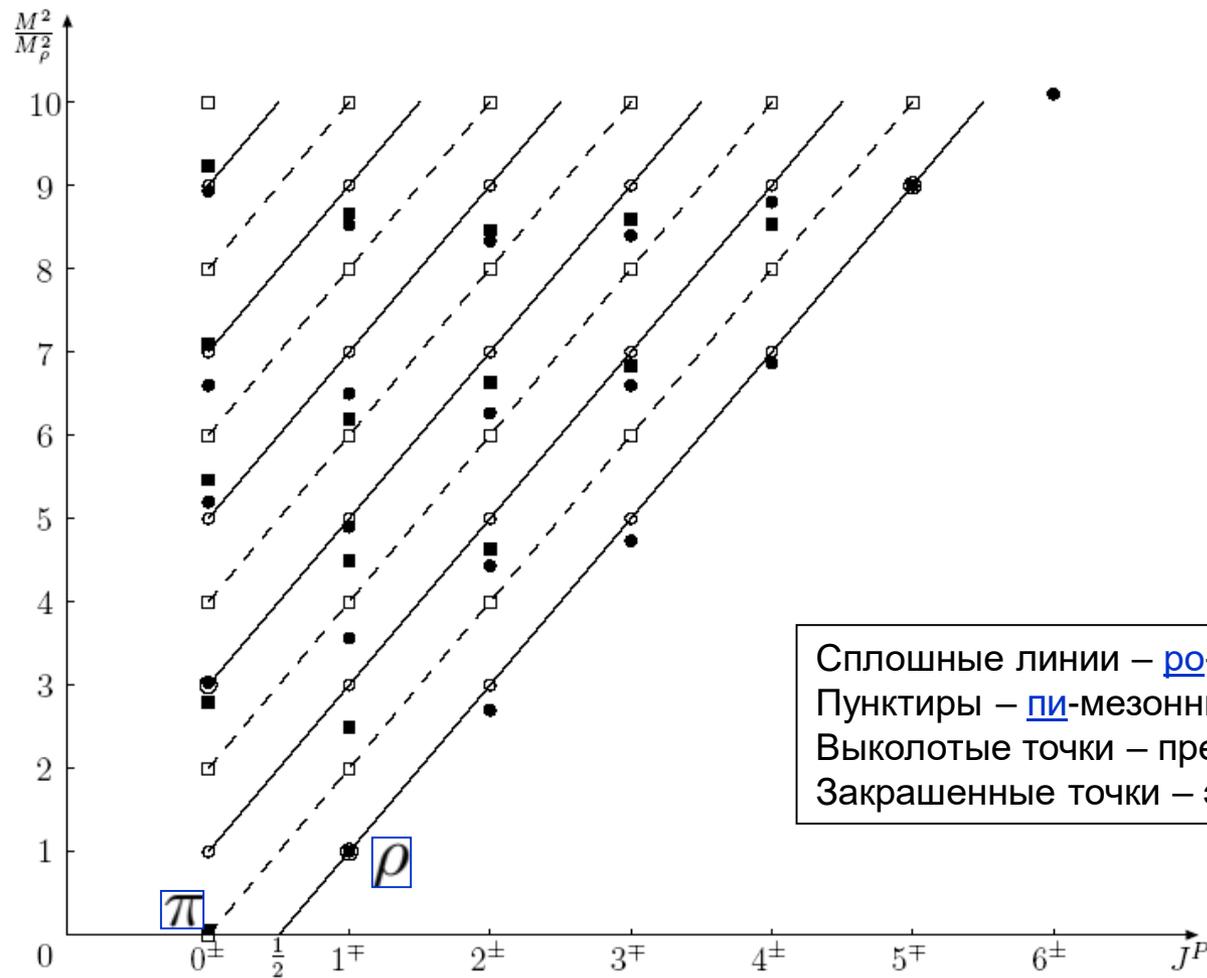
$$M_n^2 = a(n + b)$$

Приблизительно универсальный наклон

Интерсепт зависит от квантовых чисел

На сколько экспериментальные данные соответствуют предсказаниям этой картины, типично даваемой дуальными амплитудами типа Венециано и моделями адронных струн?

Спектр амплитуды Адемолло-Венециано-Вайнберга и экспериментальные данные



Тенденция к кластеризации спектра!

Сплошные линии – ρ -мезонные траектории
 Пунктиры – π -мезонные траектории
 Выколотые точки – предсказания
 Закрашенные точки – экспериментальные данные

S. S. Afonin, *Experimental indication on chiral symmetry restoration in meson spectrum*, Phys. Lett. B **639** (2006), 258-262, [hep-ph/0603166]

D.V. Bugg,
Queen Mary, University of London, London E1 4NS, UK

abstract An extensive spectrum of light non-strange $q\bar{q}$ states up to a mass of 2400 MeV has emerged from Crystal Barrel and PS172 data on $\bar{p}p \rightarrow Resonance \rightarrow A + B$ in 17 final states. These data are reviewed with detailed comments on the status of each resonance. For $I = 0, C = +1$, the spectrum is complete and very secure.

.....

All observed resonances cluster into fairly narrow mass ranges (i) 1590-1700 MeV, (ii) 1930-2100 MeV, (iii) 2240-2340 MeV. These ‘towers’ of resonances are illustrated in Fig. 4.

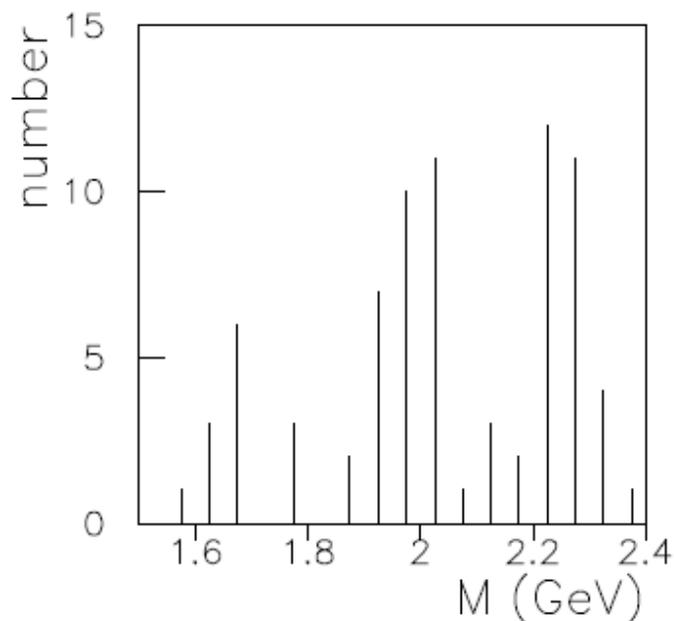
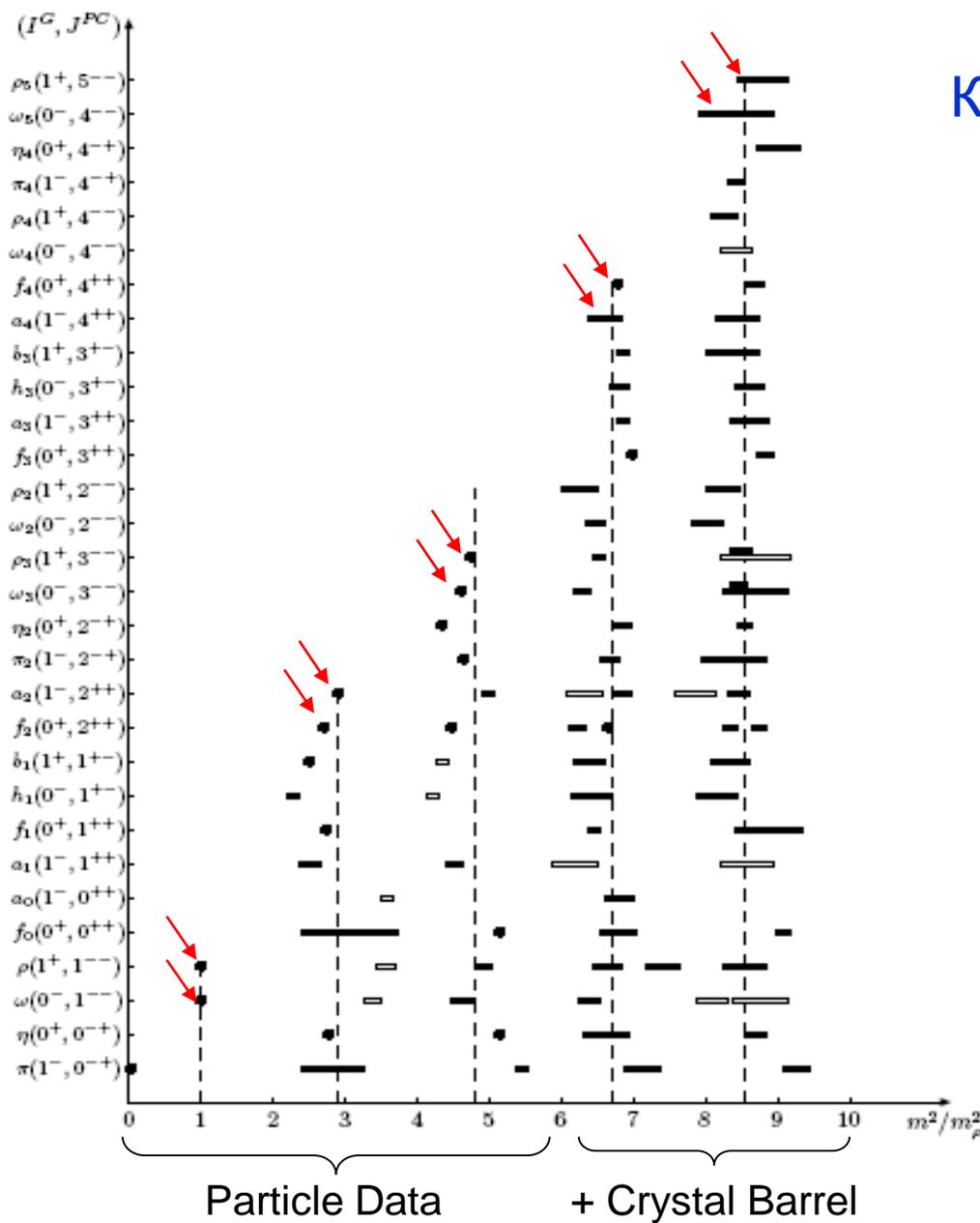


Fig. 4. Clustering of resonances in mass.

Кластеризация лёгких мезонов



Особенности:

1. Вырожденность по спину
2. Систематическое появление резонансов без вырожденных партнёров по чётности => в спектре нет асимптотического восстановления киральной симметрии $SU(2)_L \times SU(2)_R$

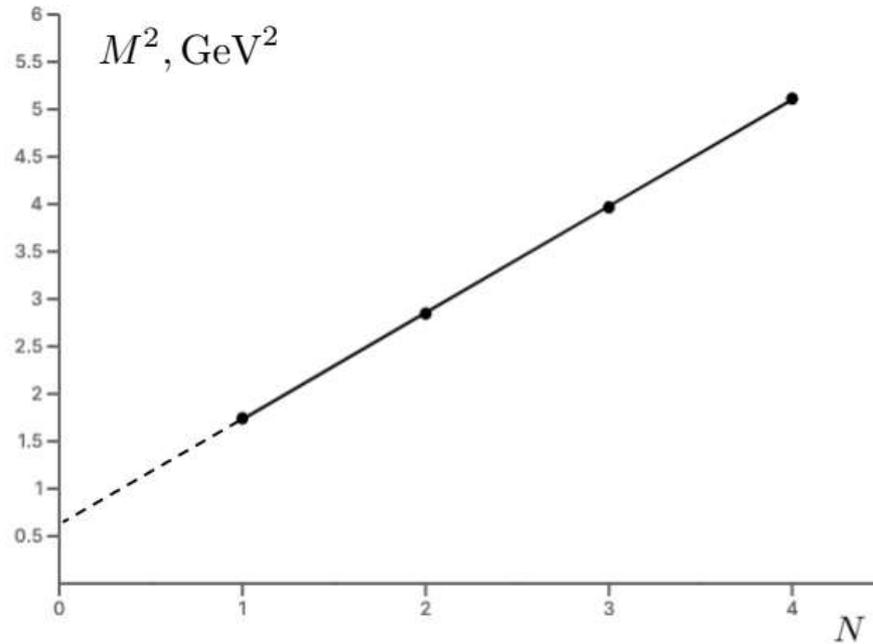
3. Эквидистантность кластеров

4. Соотношение

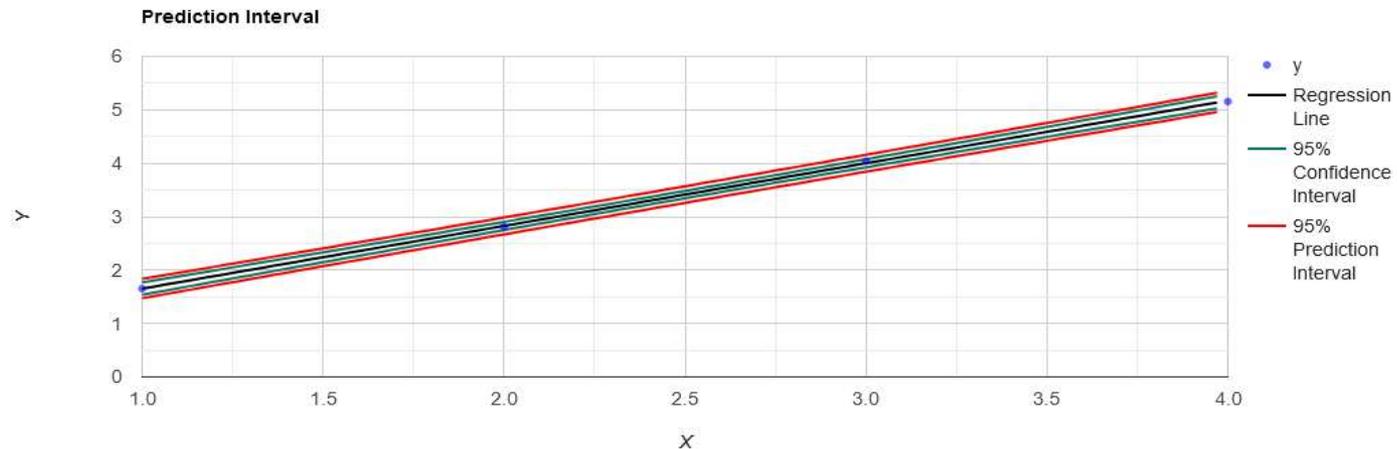
$$M^2(J, n) \sim J + n$$

не описывает спектр

Эквидистантность кластеров



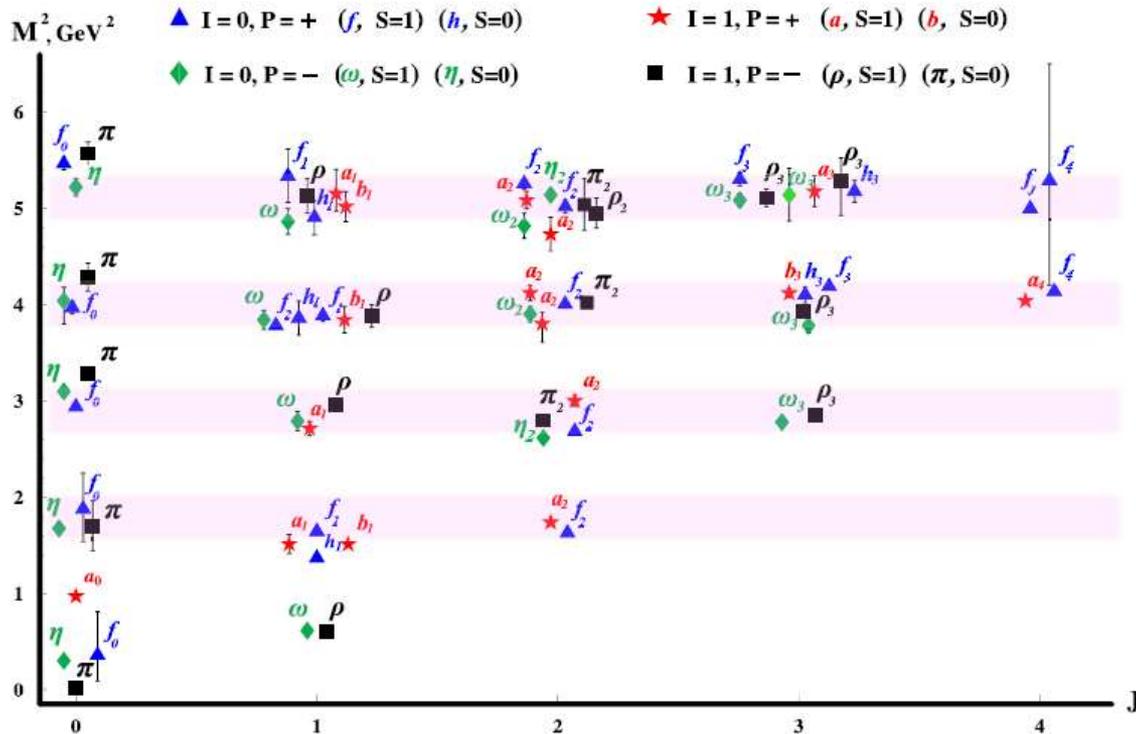
$$M_{\text{exp}}^2(N) \approx 1.14(N + 0.54), \quad N = 0, 1, 2, 3, 4$$



Highly excited mesons, linear Regge trajectories, and the pattern of the chiral symmetry realization

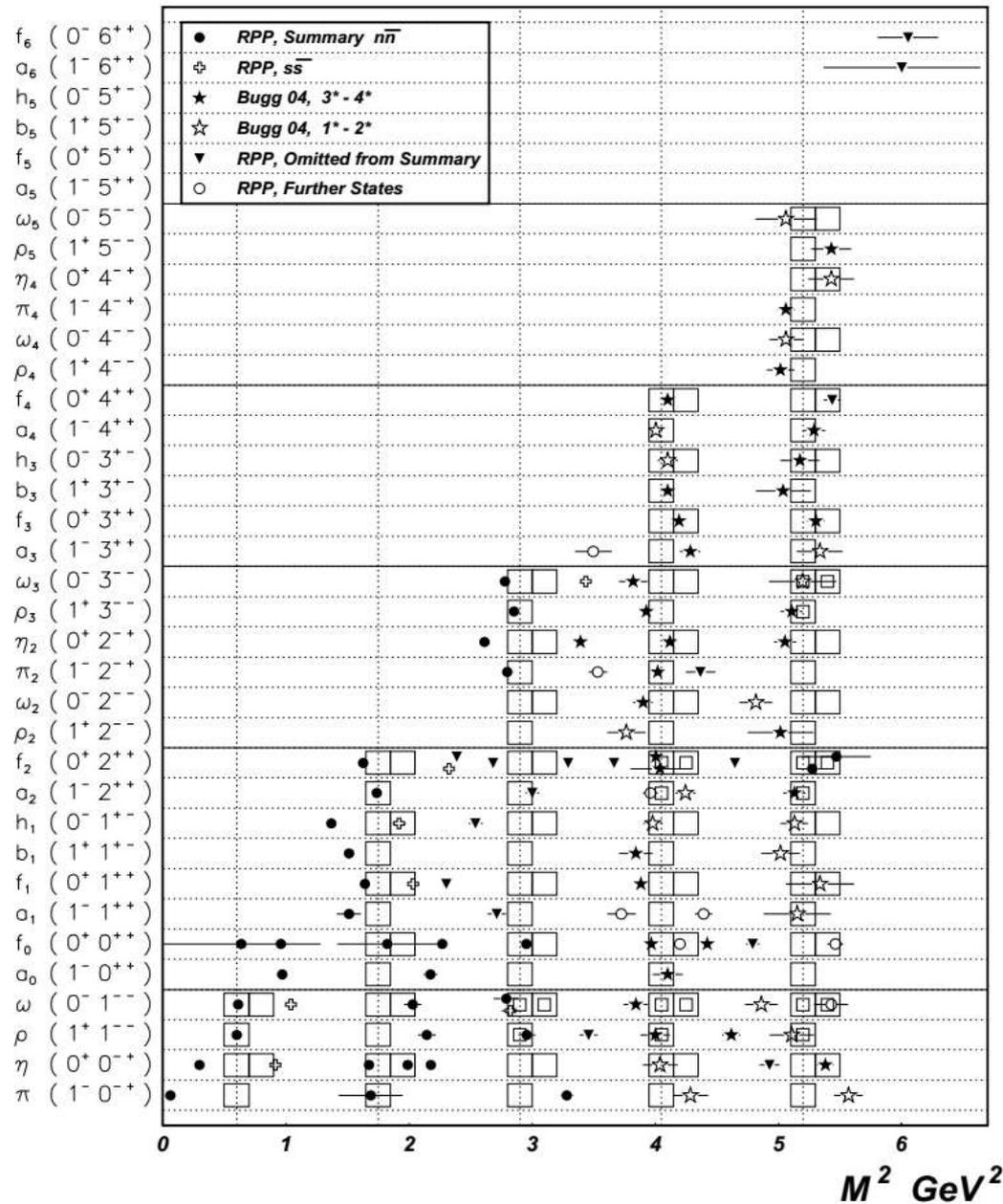
M. Shifman and A. Vainshtein

William I. Fine Theoretical Physics Institute, University of Minnesota, Minneapolis, Minnesota 55455, USA



10 Conclusions

This article grew as a continuation of the ongoing heated debate in the literature regarding asymptotic symmetries of the meson spectrum in QCD [2, 5–8, 25, 33, 37, 46, 47], and numerous discussions of this issue at various conferences. At an early stage we believed that χ SR could be natural in QCD. Further more careful studies made us change our minds.



Meson	$M(0)$	$M(1)$	$M(2)$	$M(3)$	$M(4)$
π	135	1300 ± 100	1812 ± 14	2070 ± 35	2360 ± 25
η		1294 ± 4	1760 ± 11	2010^{+35}_{-60}	2285 ± 20
ω	782.65 ± 0.12	$1400 \div 1450$	1670 ± 30	1960 ± 25	2205 ± 30 2295 ± 50
ρ	775.5 ± 0.4	1459 ± 11	1720 ± 20	1900 ± 7 2000 ± 30	2110 ± 35 2265 ± 40
f_0		$1200 \div 1500$	1770 ± 12	2020 ± 38	2337 ± 14
a_0		1474 ± 19	? \checkmark	2025 ± 30	?
a_1		1230 ± 40	1647 ± 22	1930^{+30}_{-70}	2270^{+55}_{-40}
f_1		1281.8 ± 0.6	?	1971 ± 15	2310 ± 60
h_1		1170 ± 20	1595 ± 20	1965 ± 45	2215 ± 40
b_1		1229.5 ± 3.2	1620 ± 15	1960 ± 35	2240 ± 35
f_2		1275.4 ± 1.1	1638 ± 6	1934 ± 20 2001 ± 10	2240 ± 15 2293 ± 13
a_2		1318.3 ± 0.6	1732 ± 16	1950 ± 40 2030 ± 20	2175 ± 40 2255 ± 20
π_2			1672.4 ± 3.2	2005 ± 15	2245 ± 60
η_2			1617 ± 5	2030 ± 16	2267 ± 14
ω_3			1667 ± 4	1945 ± 20	2255 ± 15 2285 ± 60
ρ_3			1688.8 ± 2.1	1982 ± 14	2300^{+50}_{-80} 2260 ± 20
ω_2			?	1975 ± 20	2195 ± 30
ρ_2			?	1940 ± 40	2225 ± 35
f_3				2048 ± 8	2303 ± 15
a_3				2031 ± 12	2275 ± 35
h_3				2025 ± 20	2275 ± 25
b_3				2032 ± 12	2245 ± 50
a_4				2005^{+25}_{-45}	2255 ± 40
f_4				2018 ± 6	2283 ± 17
ω_4					2250 ± 30
ρ_4					2230 ± 25
π_4					2250 ± 15
η_4					2328 ± 38
ω_5					2250 ± 70
ρ_5					2300 ± 45
\overline{M}	≈ 780	1325 ± 90	1700 ± 60	2000 ± 40	2270 ± 40

Интерпретация?

Table 2: The masses (in MeV) of light non-strange mesons used in the analysis of Ref. [20] (the data were taken from the Particle Data, the issue of year 2006, and compilation [18]). The resulting averaged masses for each cluster $\overline{M}(N)$, $N = 0, 1, 2, 3, 4$, are indicated in the bottom line (from Ref. [11]). The question mark stands for the predicted states in the corresponding mass range.

Классификация лёгких нестранных мезонов по квантовым числам (L, n)

$L \setminus n$	0	1	2	3	4
0	$\pi(140)$ $\rho(770)$ $\omega(780)$	$\pi(1300)$ $\rho(1450)$ $\omega(1420)$ $\eta(1295)$	$\pi(1800)$ $\rho(?)$ $\omega(?)$ $\eta(1760)$	$\pi(2070)$ $\rho(1900)$ $\omega(?)$ $\eta(2010)$	$\pi(2360)$ $\rho(2150)$ $\omega(2205)$ $\eta(2285)$
1	$f_0(1370)$ $a_0(1450)$ $a_1(1260)$ $f_1(1285)$ $b_1(1230)$ $h_1(1170)$ $a_2(1320)$ $f_2(1275)$	$f_0(1770)$ $a_0(?)$ $a_1(1640)$ $f_1(?)$ $b_1(1620)$ $h_1(1595)$ $a_2(1680)$ $f_2(1640)$	$f_0(2020)$ $a_0(2025)$ $a_1(1930)$ $f_1(1971)$ $b_1(1960)$ $h_1(1965)$ $a_2(1950)$ $f_2(1934)$	$f_0(2337)$ $a_0(?)$ $a_1(2270)$ $f_1(2310)$ $b_1(2240)$ $h_1(2215)$ $a_2(2175)$ $f_2(2240)$	
2	$\rho(1700)$ $\omega(1650)$ $\pi_2(1670)$ $\eta_2(1645)$ $\rho_2(?)$ $\omega_2(?)$ $\rho_3(1690)$ $\omega_3(1670)$	$\rho(2000)$ $\omega(1960)$ $\pi_2(2005)$ $\eta_2(2030)$ $\rho_2(1940)$ $\omega_2(1975)$ $\rho_3(1982)$ $\omega_3(1945)$	$\rho(2265)$ $\omega(2295)$ $\pi_2(2245)$ $\eta_2(2267)$ $\rho_2(2225)$ $\omega_2(2195)$ $\rho_3(2300)$ $\omega_3(2285)$		
3	$f_2(2001)$ $a_2(2030)$ $f_3(2048)$ $a_3(2031)$ $b_3(2032)$ $h_3(2025)$ $f_4(2018)$ $a_4(2005)$	$f_2(2293)$ $a_2(2255)$ $f_3(2303)$ $a_3(2275)$ $b_3(2245)$ $h_3(2275)$ $f_4(2283)$ $a_4(2255)$			
4	$\rho_3(2260)$ $\omega_3(2255)$ $\rho_4(2230)$ $\omega_4(2250)$ $\pi_4(2250)$ $\eta_4(2328)$ $\rho_5(2300)$ $\omega_5(2250)$				

Классификация, согласно современным данным

L \ n	0	1	2	3	4
0	-	$\pi(1300)$ $\rho(1450)$ $\omega(1420)$ $\eta(1295)$	$\pi(1800)$ $\eta(1760)$	$\pi(2070)$ $\eta(2010)$ $\rho(1900)$	$\pi(2360)$ $\omega(2205)$ $\rho(2150)$ $\rho(2270)$ $\eta(2100)$ $\eta(2285)$
1	$f_0(1370)$ $h_1(1170)$ $a_2(1320)$ $b_1(1230)$ $b_1(1235)$ $f_2(1275)$ $f_2(1270)$ $a_0(1450)$ $a_1(1260)$ $f_1(1285)$	$a_0(1710)$ $f_0(1770)$ $a_1(1640)$ $b_1(1620)$ $h_1(1595)$ $f_2(1640)$ $a_2(1680)$ $a_2(1700)$	$f_0(2020)$ $b_1(1960)$ $h_1(1965)$ $a_2(1950)$ $f_2(1934)$ $f_2(2010)$ $a_1(1930)$ $f_1(1970)$ $a_0(2025)$	$f_0(2337)$ $b_1(2240)$ $h_1(2215)$ $f_2(2240)$ $a_2(2175)$ $a_2(2255)$ $a_1(2270)$ $f_1(2310)$	
2	$\pi_2(1670)$ $\eta_2(1645)$ $\rho_3(1690)$ $\omega_3(1670)$ $\rho(1700)$ $\omega(1650)$	$\rho(2000)$ $\omega_3(1945)$ $\eta_2(2030)$ $\pi_2(2005)$ $\pi_2(1880)$ $\rho_2(1940)$ $\omega_2(1975)$ $\omega(1960)$ $\rho_2(1982)$	$\omega_3(2285)$ $\pi_2(2245)$ $\pi_2(2285)$ $\eta_2(2267)$ $\eta_2(2250)$ $\rho(2270)$ $\omega(2290)$ $\rho_2(2225)$ $\omega_2(2195)$ $\rho_2(2300)$		
3	$h_3(2025)$ $b_3(2032)$ $b_3(2030)$ $f_4(2018)$ $f_4(2050)$ $a_4(2005)$ $a_4(1970)$ $f_2(2010)$ $a_2(2030)$ $f_3(2048)$ $a_3(2030)$	$b_3(2245)$ $h_3(2275)$ $a_4(2255)$ $f_2(2293)$ $a_2(2255)$ $f_3(2303)$ $a_3(2275)$ $f_4(2283)$			
4	$\rho_3(2260)$ $\pi_4(2250)$ $\omega_5(2250)$ $\eta_4(2328)$ $\eta_4(2330)$ $\omega_3(2255)$ $\omega(2285)$ $\rho_4(2230)$ $\omega_4(2250)$ $\rho_5(2300)$				

$a_0(1710)$

$$I^G(J^{PC}) = 1^-(0^{++})$$

Глюбол?

OMITTED FROM SUMMARY TABLE

Evidence for this state is also inferred from the interference of the $K^+ K^-$ and $K_S^0 K_S^0$ decays of the $f_0(1710)$ in $D_s^+ \rightarrow f_0(1710)\pi^+$, leading to a relative branching ratio an order of magnitude larger than expected from isospin symmetry (ABLIKIM 22F). See also the review on "Spectroscopy of Light Meson Resonances."

 $a_0(1710)$ MASS

VALUE (MeV)	DOCUMENT ID	TECN	COMMENT
1713 ± 19 OUR AVERAGE	Error includes scale factor of 3.8. See the ideogram below.		
$1736 \pm 10 \pm 12$	¹ AAIJ	23AH LHCb	$B^+ \rightarrow K^+(K_S^0 K \pi)$
$1817 \pm 8 \pm 20$	² ABLIKIM	22AH BES3	$D_s^+ \rightarrow K_S^0 K^+ \pi^0$
$1704 \pm 5 \pm 2$	LEES	21A BABR	$\eta_c(1S) \rightarrow \pi^+ \pi^- \eta$

¹ From Dalitz plot analyses of $\eta_c(1S, 2S) \rightarrow K_S^0 K^+ \pi^- + c.c..$

² Observed to decay into $K_S^0 K^+$ in a Breit-Wigner amplitude analysis involving D_s^+ decays into $\bar{K}^*(892)^0 K^+$, $\bar{K}^*(892)^+ K_S^0$, $\bar{K}^*(1410)^0 K^+$, $a_0(980)^+ \pi^0$, and $a_0(1817)^+ \pi^0$.

Классификация лёгких нестранных мезонов по квантовым числам (L, n)

$L \backslash n$	0	1	2	3	4
0	$\pi(140)$ $\eta(548)(?)$ $\rho(770)$ $\omega(782)$	$\pi(1300)$ $\eta(1295)(??)$ $\rho(1450)$ $\omega(1420)$	$\pi(1800)$ $\eta(1760)$ $\rho(?)$ $\omega(?)$	$\pi(2070)$ $\eta(2010)$ $\rho(1900)$ $\omega(?)$	$\pi(2360)$ $\eta(2285)$ $\rho(2150)$ $\omega(2205)(?)$
1	$f_0(1370)$ $a_0(1450)(??)$ $a_1(1260)$ $f_1(1285)$ $b_1(1230)$ $h_1(1170)$ $a_2(1320)$ $f_2(1275)$	$f_0(1770)$ $a_0(?)$ $a_1(1640)$ $f_1(?)$ $b_1(1620)(?)$ $h_1(1595)(?)$ $a_2(1680)$ $f_2(1640)$	$f_0(2020)$ $a_0(2025)$ $a_1(1930)(?)$ $f_1(1971)$ $b_1(1960)$ $h_1(1965)$ $a_2(1950)(?)$ $f_2(1934)$	$f_0(2337)$ $a_0(?)$ $a_1(2270)(?)$ $f_1(2310)$ $b_1(2240)$ $h_1(2215)$ $a_2(2175)(?)$ $f_2(2240)$	
2	$\rho(1700)$ $\omega(1650)$ $\pi_2(1670)$ $\eta_2(1645)$ $\rho_2(?)$ $\omega_2(?)$ $\rho_3(1690)$ $\omega_3(1670)$	$\rho(2000)$ $\omega(1960)$ $\pi_2(2005)$ $\eta_2(2030)$ $\rho_2(1940)$ $\omega_2(1975)$ $\rho_3(1982)$ $\omega_3(1945)$	$\rho(2265)$ $\omega(2295)(?)$ $\pi_2(2245)$ $\eta_2(2267)$ $\rho_2(2225)$ $\omega_2(2195)$ $\rho_3(2300)(?)$ $\omega_3(2285)$		
3	$f_2(2001)$ $a_2(2030)$ $f_3(2048)$ $a_3(2031)$ $b_3(2032)$ $h_3(2025)$ $f_4(2018)$ $a_4(2005)$	$f_2(2293)$ $a_2(2255)$ $f_3(2303)$ $a_3(2275)$ $b_3(2245)$ $h_3(2275)$ $f_4(2283)$ $a_4(2255)$			
4	$\rho_3(2260)$ $\omega_3(2255)$ $\rho_4(2230)$ $\omega_4(2250)(?)$ $\pi_4(2250)$ $\eta_4(2328)$ $\rho_5(2300)$ $\omega_5(2250)$				

S. S. Afonin, *Towards understanding spectral degeneracies in nonstrange hadrons. Part I. Mesons as hadron strings versus phenomenology*, Mod. Phys. Lett. A **22** (2007), 1359-1372, [hep-ph/0701089]

Среднеквадратичные значения в (L,n) -блоках

$L \backslash n$	0	1	2	3	4
0	—	1373	1780	1995	2242
1	1294	1668	1970	2256	
2	1673	1980	2260		
3	2024	2273			
4	2266				

Фит формулой

$$M^2(L, n) = AL + Bn + C$$

	$AL + Bn + C$	$a(L + bn + c)$	\sqrt{C}
\bar{M}^2	$1.103L + 1.102n + 0.686$	$1.103(L + n + 0.622)$	0.828
\bar{M}_{ns}^2	$1.178L + 1.135n + 0.473$	$1.178(L + 0.963n + 0.402)$	0.688
\bar{M}_s^2	$1.023n + 0.957$	$1.023(n + 0.935)$	0.978

В среднем (в ГэВ^2): $\bar{M}^2(L, n) \approx 1.1L + 1.1n + 0.7$

\Rightarrow Работает закон $M^2(L, n) \sim L + n$

В нерелятивистском атоме водорода:

$$E \sim \frac{1}{N^2}, \quad N = L + n + 1 \quad - \text{главное квантовое число}$$

В спектре лёгких мезонов имеется главное квантовое число

Недавняя перепроверка:

The Shapiro-Wilk statistical test for normality showed that the data in each cluster (except $N = 0$ where there is no enough data) follows normal distribution with a high probability, exceeding 0.9 with confidence level 95%. Fixing this confidence level, we obtained (in GeV^2)

$$\bar{M}^2(N) = (1.12 \pm 0.03)N + (0.61 \pm 0.08) \simeq (1.12 \pm 0.03)(N + 0.54 \pm 0.09)$$

Существование состояний, не имеющих вырожденных партнёров по чётности, следует из определения самой чётности,

$$P = (-1)^{L+1}$$

Мезоны на главной траектории имеют $n=0$, поэтому таких партнёров быть не может.

Например: ρ -мезон, $(L, n) = (0, 0)$, a_1 -мезон, $(L, n) = (1, 0)$, вырожден с ρ' , $(0, 1)$.

Потенциальные модели не могут объяснить наличие наблюдаемого вырождения.

ДИНАМИЧЕСКАЯ СИММЕТРИЯ АТОМА ВОДОРОДА

$$E(L, n) \sim \frac{1}{N^2}, \quad N = L + n + 1$$

Фок: имеет место более сильная симметрия, чем $SO(3)$.
Это **$SO(4)$** симметрия в импульсном пространстве.
(V.A. Fock, Z. Phys. 98 (1935) 145)

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК СССР. 1935

BULLETIN DE L'ACADEMIE DES SCIENCES DE L'URSS

Classe des sciences
mathématiques et naturelles

Отделение математических
и естественных наук

АТОМ ВОДОРОДА И НЕ-ЕВКЛИДОВА ГЕОМЕТРИЯ*

(Предварительное сообщение**)

В. А. ФОКА

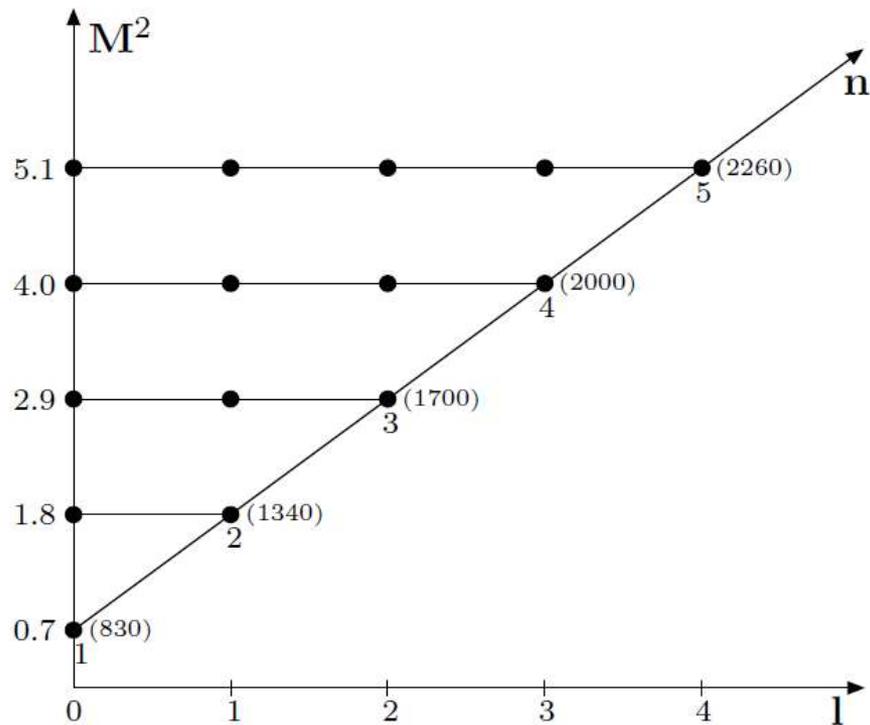
(Представлено академиком С. И. Вавиловым)

В работе показано, что уравнение Шредингера для атома водорода в пространстве импульсов приводится к интегральному уравнению для шаровых функций четырехмерного шара. Таким образом, допускаемая уравнением Шредингера группа преобразований оказывается тождественной с четырехмерной группой вращений; наличие этой группы объясняет так называемое вырождение уровней водорода по отношению к азимутальному квантовому числу. Следствия, вытекающие из сопоста-

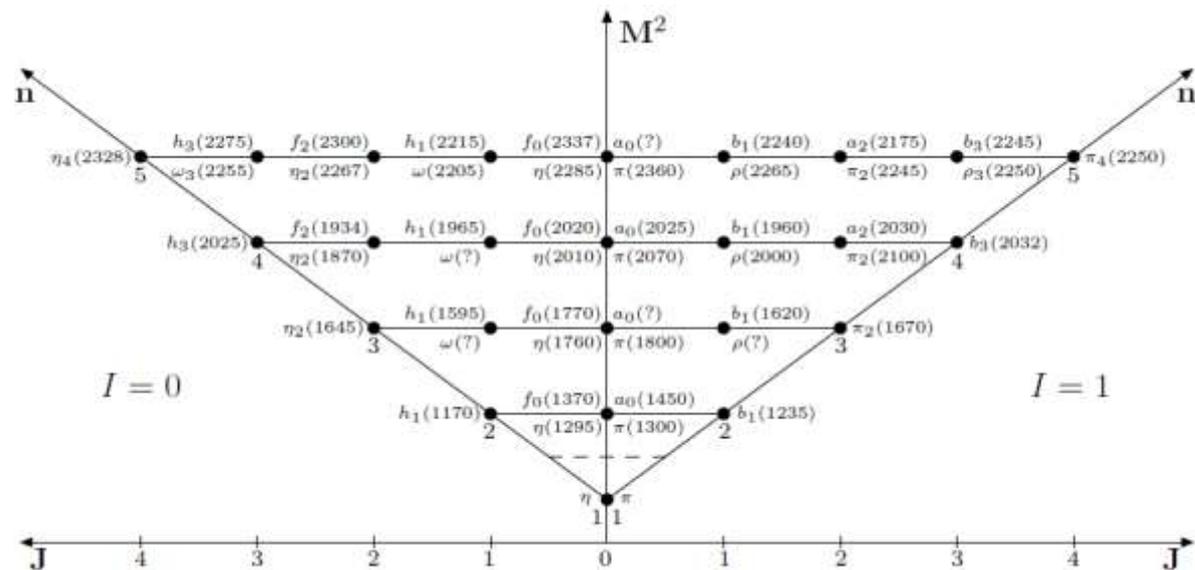
* Доложено 8 февраля 1935 г. в теоретическом семинарии Физического института ЛГУ и 23 марта 1935 г. на сессии Академии Наук СССР в Москве.



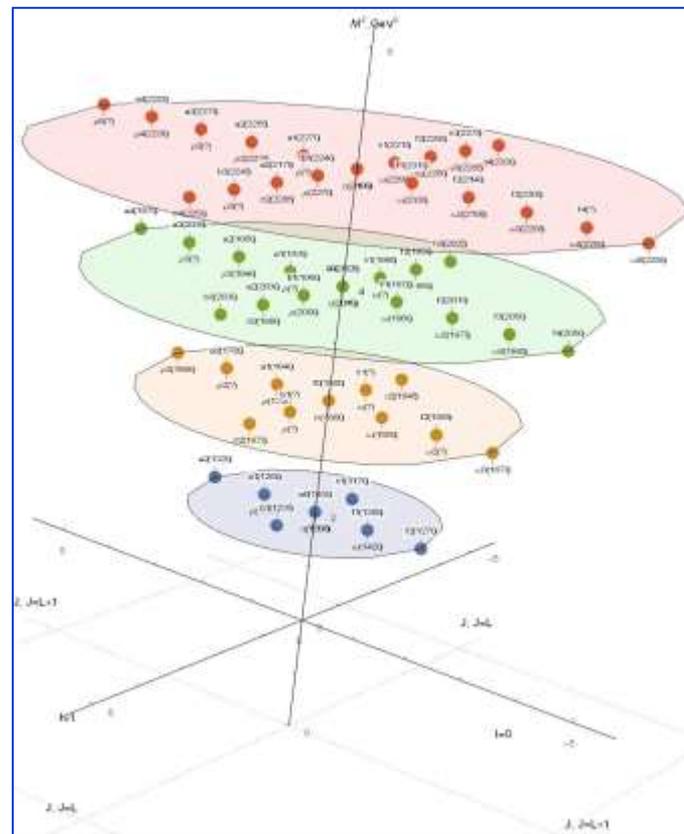
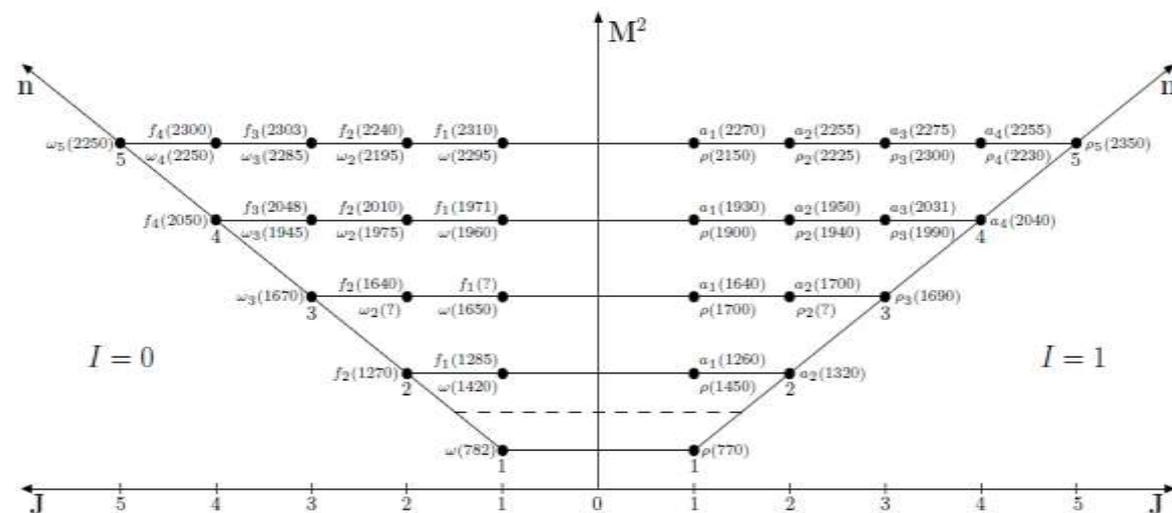
SO(4) – классификация состояний



$$J = L$$



$$J = L + 1$$



Вариант “Таблицы Менделеева” для лёгких мезонов (без странного кварка)

L	S	J	n = 0	n = 1	n = 2	n = 3	n = 4
0	0	0	π η	$\pi(1300)$ $\eta(1295)$	$\pi(1800)$ $\eta(1760)$	$\pi(2070)$ $\eta(2010)$	$\pi(2360)$ $\eta(2320)$
	1	1	ρ ω	$\rho(1450)$ $\omega(1420)$	$\rho(1700)$ $\omega(1650)$	$\rho(2000)$ $\omega(1960)$	$\rho(2270)$ $\omega(2290)$
1	0	1	$b_1(1235)$ $h_1(1170)$	$b_1?$ $h_1(1595)$	$b_1(1960)$ $h_1(1965)$	$b_1(2240)$ $h_1(2215)$	
		0	$a_0(1450)$ $f_0(1370)$	$a_0(1710)$ $f_0(1770)$	$a_0(2020)$ $f_0(2020)$	$a_0?$ $f_0(2200)$	
	1	1	$a_1(1260)$ $f_1(1285)$	$a_1(1640)$ $f_1?$	$a_1(1930)$ $f_1(1970)$	$a_1(2270)$ $f_1(2310)$	
		2	$a_2(1320)$ $f_2(1270)$	$a_2(1700)$ $f_2(1750)$	$a_2(2030)$ $f_2(1950)$	$a_2(2255)$ $f_2(2300)$	
2	0	2	$\pi_2(1670)$ $\eta_2(1645)$	$\pi_2(2005)$ $\eta_2(2030)$	$\pi_2(2285)$ $\eta_2(2250)$		
		1	$\rho?$ $\omega?$	$\rho?$ $\omega?$	$\rho?$ $\omega(2220)$		
	1	2	$\rho_2?$ $\omega_2?$	$\rho_2(1940)$ $\omega_2(1975)$	$\rho_2(2225)$ $\omega_2(2195)$		
		3	$\rho_3(1690)$ $\omega_3(1670)$	$\rho_3(1990)$ $\omega_3(1945)$	$\rho_3(2250)$ $\omega_3(2255)$		
3	0	3	$b_3(2030)$ $h_3(2025)$	$b_3(2245)$ $h_3(2275)$			
		2	$a_2(1990)$ $f_2(2010)$	$a_2?$ $f_2?$			
	1	3	$a_3(2030)$ $f_3(2050)$	$a_3(2275)$ $f_3(2300)$			
4		$a_4(1970)$ $f_4(2050)$	$a_4(2255)$ $f_4?$				
4	0	4	$\pi_4(2250)$ $\eta_4(2330)$				
		3	$\rho_3?$ $\omega_3(2285)$				
	1	4	$\rho_4(2230)$ $\omega_4(2250)$				
5		$\rho_5(2350)$ $\omega_5(2250)$					

N = 0
N = 1
N = 2
N = 3
N = 4

I = 1
I = 0

N = n + L

Бледный фон – резонансы,
требующие подтверждения

Для каждого лёгкого мезона из Particle Data заново выполнен анализ на предмет включения в класс лёгких нестранных кварк-антикварковых состояний и уровень надёжности экспериментальных данных, выполнены фиты с новыми данными для реджевского соотношения

$$M^2 = al + bn_r + c$$

Итог:

$$M^2 \approx 1.14 \cdot N + 0.5 \quad \text{GeV}^2$$

$$N \equiv l + n_r$$



Современные данные хорошо согласуются с SO(4)-вырождением в спектре лёгких мезонов

Квазиклассическая интерпретация

Спин J и масса m являются двумя независимыми инвариантами Казимира группы Пуанкаре, определяющих понятие элементарной частицы как конечномерных представлений этой группы. Следовательно, если есть функциональная зависимость между ними, то имеет место некая динамическая симметрия (одновременно указывающая на составную природу данных частиц).

Рассмотрим классический объект размера r , вращающийся с постоянной скоростью. Его угловой момент:

$$J \sim mr \quad (1)$$

С другой стороны, n -мерный однородный (с постоянной плотностью) объект имеет массу:

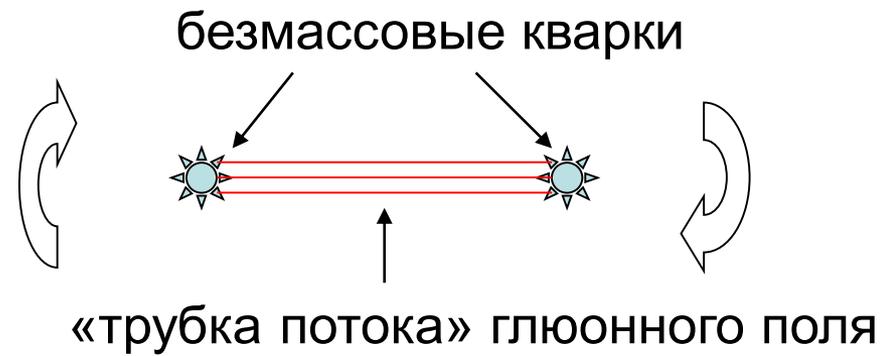
$$m \sim r^n \quad \longrightarrow \quad r \sim m^{1/n} \quad (2)$$

(2) \Rightarrow (1):

$$J \sim m^{1+1/n}$$

Эксперимент: $n=1$

Реализация: глюонная струна

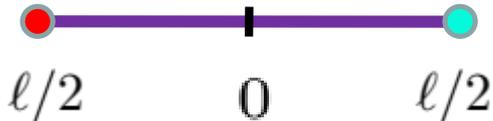


Намбу: вращающаяся струна с релятивистскими безмассовыми кварками на концах приводит к соотношению (формула Чу-Фраучи)

$$M^2 = 2\pi\sigma L$$

σ - натяжение струны, L - угловой момент ($J = L, L \pm 1$)

Краткий вывод:



Consider a gluonic flux tube as a solid body of known length ℓ , rotating at the speed $v(r) = 2r/\ell$.

$$M = 2 \int_0^{\ell/2} \frac{\sigma dr}{\sqrt{1 - v^2(r)}} = \frac{\pi\sigma\ell}{2},$$

$$L = 2 \int_0^{\ell/2} \frac{\sigma r v(r) dr}{\sqrt{1 - v^2(r)}} = \frac{\pi\sigma\ell^2}{8}.$$

$$\Rightarrow M^2 = 2\pi\sigma L$$

Квантование Бора-Зоммерфельда

В.ф. частицы,

период. движение: $\psi(r, t) = \text{Const} \cdot e^{iEt} e^{-i \oint p(r) dr}$

Однозначность в.ф.: $\oint p(r) dr = 2\pi \left(n + \frac{1}{2} \right)$

n - радиальное квантовое число, $p(r)$ и r - относительные угловой момент и расстояние, в простейшем случае связанные соотношением

$$M = 2p + \sigma r$$

Учитывая $M = \ell\sigma$, где ℓ есть максимальная длина струны, в результате:

$$M^2 = 4\pi\sigma \left(n + \frac{1}{2} \right)$$

Для фермионов!

⇒ ожидаем $M^2 \simeq 2\pi\sigma \left(L + n + \frac{1}{2} \right)$ - хорошо выполняется в спектрах!

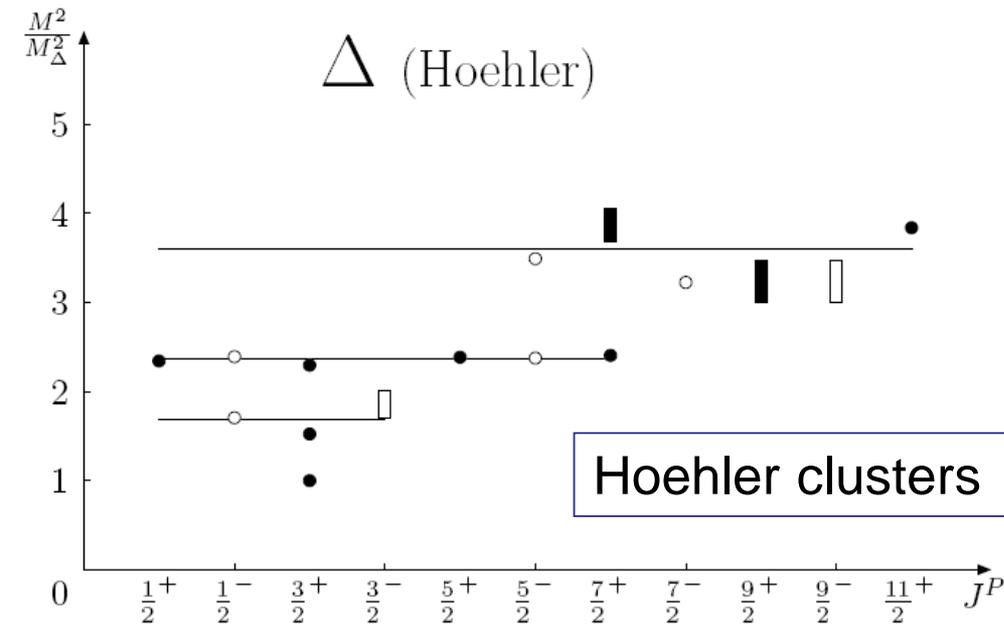
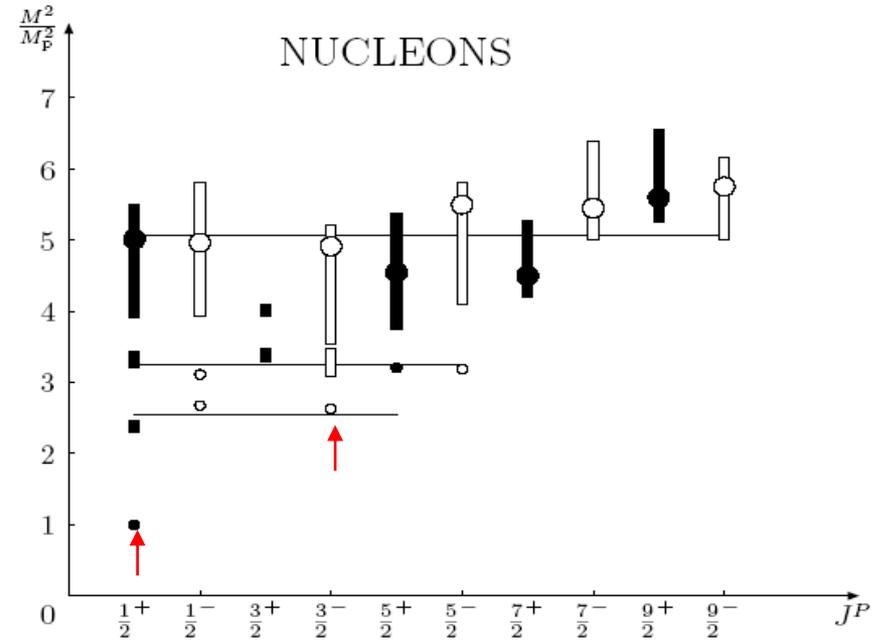
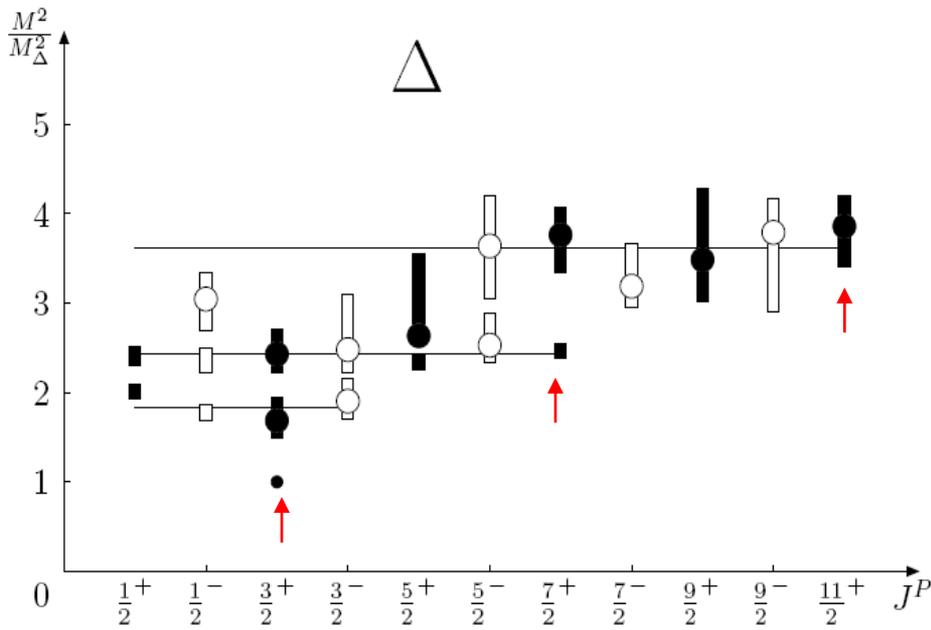
Спасибо за внимание!

Для каждого лёгкого мезона из Particle Data заново выполнен анализ на предмет включения в класс лёгких нестранных кварк-антикварковых состояний и уровень надёжности экспериментальных данных, выполнены фиты с новыми данными для реджевского соотношения

$$M^2 = al + bn_r + c$$

I	Weight	a	b	c
1	none	1.08 ± 0.03	1.13 ± 0.03	0.69 ± 0.09
	$1/(\Delta M_{\text{exp}}^2)^2$	1.10 ± 0.03	1.16 ± 0.03	0.63 ± 0.03
	$1/(\Delta M^2)^2$	1.113 ± 0.005	1.126 ± 0.005	0.62 ± 0.01
	$\exp\left(-A\frac{\Delta M_{\text{exp}}^2}{M^2}\right), A = 7$	1.08 ± 0.03	1.13 ± 0.03	0.69 ± 0.09
0 and 1	none	1.13 ± 0.20	1.15 ± 0.04	0.58 ± 0.03
	$1/(\Delta M_{\text{exp}}^2)^2$	1.14 ± 0.03	1.13 ± 0.04	0.51 ± 0.03
	$1/(\Delta M^2)^2$	1.12 ± 0.11	1.16 ± 0.09	0.52 ± 0.03
	$\exp\left(-A\frac{\Delta M_{\text{exp}}^2}{M^2}\right), A = 7$	1.13 ± 0.08	1.15 ± 0.03	0.56 ± 0.08

Experimental spectrum for light baryons (Particle Data, 2006)



↑ - Parity (chiral) singlets

Spin-parity clustering!

Spin clustering – R. Feynman

R. Feynman et al.,
Phys. Rev. D 2 (1970) 1267

Vanishing L-S forces

Продолжение: современные данные

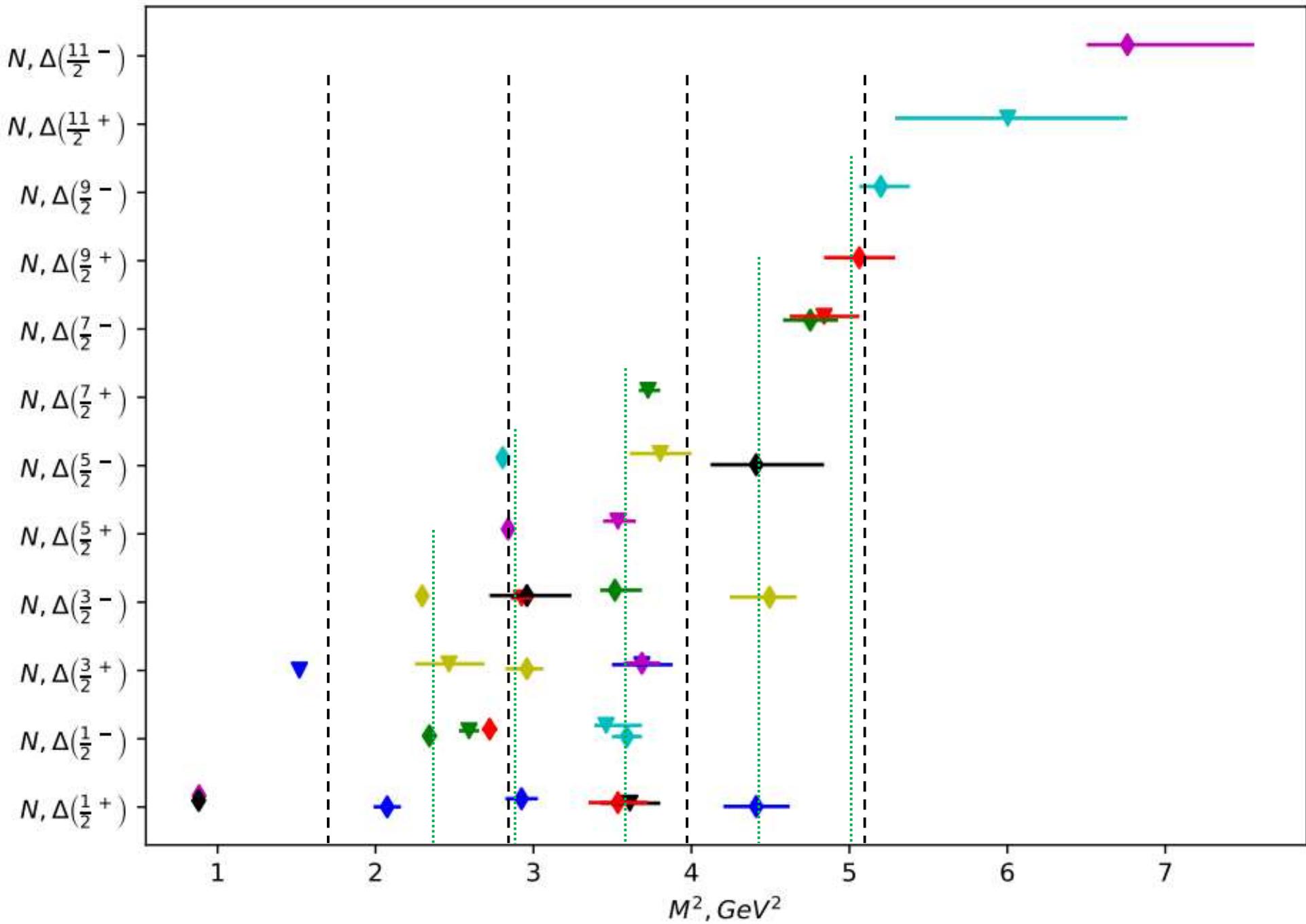


Table 1: Summary of theoretical predictions for the $a_0(1710)$ mass made before its first measurement in 2021 [1] (in MeV).

Model approach [ref.] (year)	Relativized quark model [10] (1985)	Regge analysis [11] (2007)	Unitarized amplitudes [12] (2009)	Relativized quark model [13] (2009)	Extended lin. σ -model [14] (2017)	Regge analysis [15] (2018)	Unitarized amplitudes [16] (2018)
Prediction	1780	1700 ± 60	1777	1679	1790 ± 35	1774	1770 ± 20

[10] S. Godfrey and N. Isgur, Phys. Rev. D **32** (1985) 189.

[11] S. S. Afonin, Phys. Rev. C **76** (2007) 015202.

[12] L. S. Geng and E. Oset, Phys. Rev. D **79** (2009) 074009.

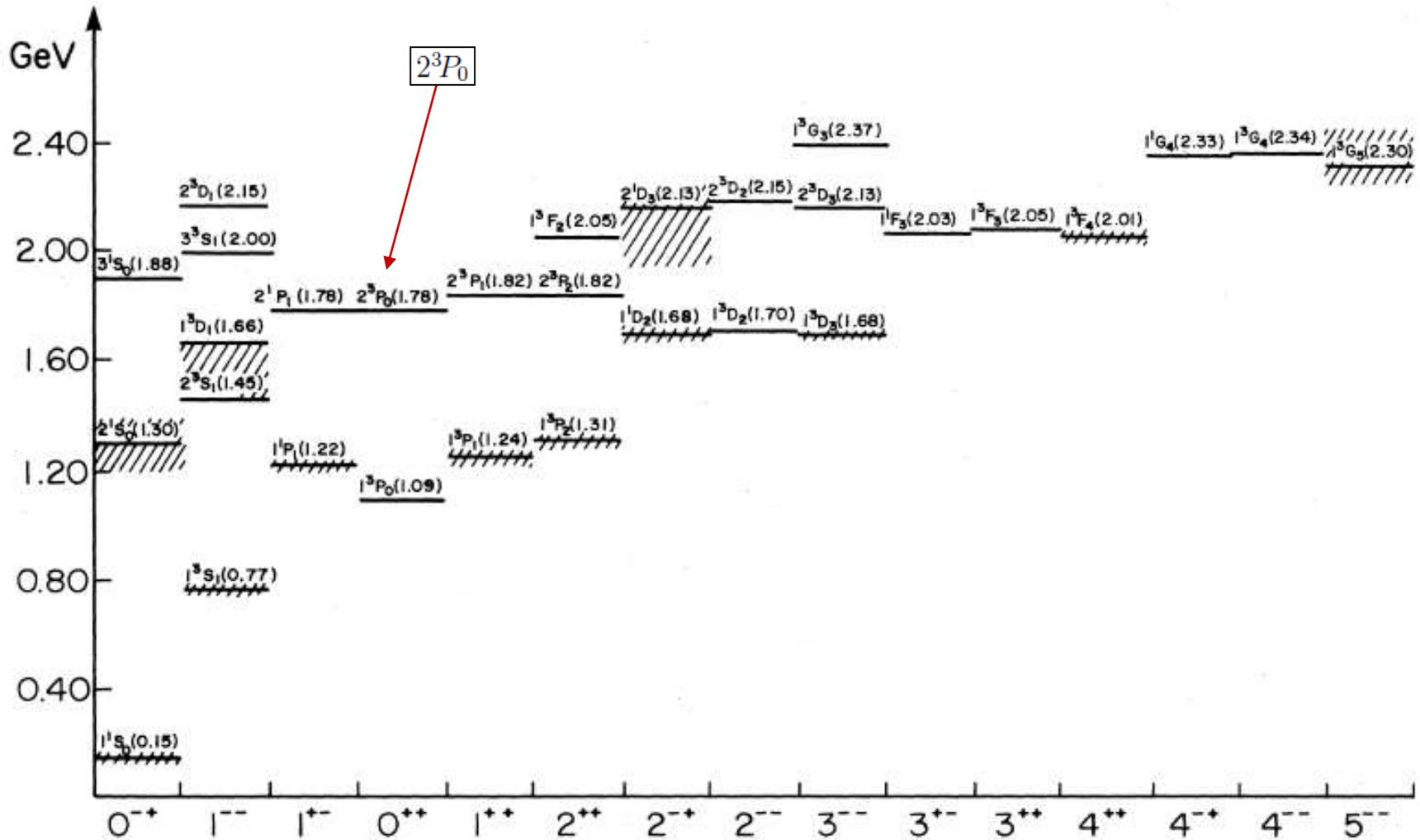
[13] D. Ebert, R. N. Faustov and V. O. Galkin, Phys. Rev. D **79** (2009) 114029.

[14] D. Parganlija and F. Giacosa, Eur. Phys. J. C **77** (2017) 450.

[15] G. Y. Wang, S. C. Xue, G. N. Li, E. Wang and D. M. Li, Phys. Rev. D **97** (2018) 034030.

[16] M. L. Du, D. Gülmez, F. K. Guo, U. G. Meißner and Q. Wang, Eur. Phys. J. C **78** (2018) 988.

Предсказания для изовекторных легких мезонов без скрытой странности в базе $n^{2S+1}L_J$



The isovector mesons $[-u\bar{d}, \sqrt{1/2}(u\bar{u} - d\bar{d}), d\bar{u}]$.

Thus, for $M(N)$ we have (in MeV): $M(0) \approx 785$, $M(1) \approx 1325 \pm 90$, $M(2) \approx 1700 \pm 60$, $M(3) \approx 2000 \pm 40$, $M(4) \approx 2270 \pm 40$. Looking at Table I, we make the following predictions for the nonstrange mesons which still have not been observed.

1. In the energy range 1700 ± 60 MeV there exists a_0 , f_1 , ρ_2 , ω_2 , as well as the second ρ and ω mesons. Their widths are approximately $\Gamma = 200 \pm 70$ MeV. The state $X(1650)$ with $I^G(J^{PC}) = 0^-(?^-)$ cited in [1] might be a possible candidate for the predicted ω or ω_2 mesons. The state $X(1750)$ with $I^G(J^{PC}) = ??(1^{--})$ cited in [1] might be a possible candidate for the predicted ω or ρ mesons.
2. In the energy range 2000 ± 40 MeV there exists the second ω meson. Its width is approximately $\Gamma = 220 \pm 70$ MeV. The state $X(1975)$ with $I^G(J^{PC}) = ??(???)$ cited in [1] might be a possible candidate for the predicted ω meson.
3. In the energy range 2270 ± 40 MeV there exists a_0 meson. Its width is approximately $\Gamma = 270 \pm 60$ MeV. The states $X(2210)$ and $X(2340)$ with $I^G(J^{PC}) = ??(???)$ cited in [1] might be possible candidates for the predicted a_0 meson.

Cornell potential

$$V(r) = \sigma r - C_F \frac{\alpha_s}{r} + c$$

The first term here is the linear confining potential which dominates at large distances between the quark and the antiquark. In further analysis, it will play the main role, since it coincides with the typical potential of the string with tension σ . The second term describes the Coulomb-like interaction between quarks, which comes into play at short distances when quarks undergo a gluonic exchange. α_s is the strong running coupling, and the fact that it is not a constant should entail some complications. However, in the further analysis, the Coulomb-like term will always be negligible compared to the linear one. The constant C_F depends on the number of colors, $C_F \equiv (N_c^2 - 1)/2N_c$, that yields $C_F = 4/3$ for $N_c = 3$. The last term in the Cornell potential is a negative constant c . The necessity to add c is dictated by the nonrelativistic limit of the Bethe–Salpeter equation, and numerically it depends on the type of interacting quarks. Like with the Coulomb-like term, this constant will not play a role in the further analysis.

Quantum virial theorem

Fock (using the Ehrenfest theorem):

$$2\langle T \rangle = \sum_n \left\langle X_n \frac{dV}{dX_n} \right\rangle$$

consider the two-particle Hamiltonian

with relativistic kinematics:

$$H_R = (\mathbf{p}_1^2 + m_1^2)^{1/2} + (\mathbf{p}_2^2 + m_2^2)^{1/2} + W$$

for equal masses $m_1 = m_2 = m$ and in

the center-of-mass system $\mathbf{p}_1 = -\mathbf{p}_2 = \mathbf{p}$,

$$H_R = 2(\mathbf{p}^2 + m^2)^{1/2} + W$$

For a central potential $W(r)$

$$\left\langle r \frac{d}{dr} W(r) \right\rangle = 2 \left\langle \frac{\mathbf{p}^2}{(\mathbf{p}^2 + m^2)^{1/2}} \right\rangle$$

W. Lucha and F.F. Schöberl, Phys. Rev. Lett. 64 (1990) 2733.

With the decomposition

$$\frac{\mathbf{p}^2}{(\mathbf{p}^2 + m^2)^{1/2}} = (\mathbf{p}^2 + m^2)^{1/2} - \frac{m^2}{(\mathbf{p}^2 + m^2)^{1/2}}$$

the corresponding eigenvalues E are given by

$$E \equiv \langle H_R \rangle = 2\langle (\mathbf{p}^2 + m^2)^{1/2} \rangle + \langle W(r) \rangle = \left\langle r \frac{d}{dr} W(r) \right\rangle + \langle W(r) \rangle + 2\left\langle \frac{m^2}{(\mathbf{p}^2 + m^2)^{1/2}} \right\rangle$$

In the ultrarelativistic case $m = 0$

$$E_{UR} = \left\langle r \frac{d}{dr} W(r) \right\rangle + \langle W(r) \rangle$$

consider the funnel potential $W(r) = -\frac{4}{3}\alpha_s/r + ar$

its Coulomb part cancels, $r \frac{d}{dr} W(r) + W(r) = 2ar$.

the expectation value of the non-relativistic Hamiltonian with a purely linear potential $V = ar$ has a formal resemblance to the expectation value of the relativistic Hamiltonian with the funnel potential

The corresponding eigenstates are, of course, different.

Результаты исследований опубликованы:

1. Afonin S.S. and Tsymbal A.M., "Dynamical O(4)-Symmetry in the Light Meson Spectrum within the Framework of the Regge Approach",
Phys. Atom. Nucl. 87 (2024) S477.
2. Afonin S.S., "Hydrogen like classification for light nonstrange mesons",
Int. J. Mod. Phys. A23 (2008) 4205.
3. Afonin S.S., "Properties of new unflavored mesons below 2.4 GeV",
Phys. Rev. C76 (2007) 015202.
4. Afonin S.S., "Towards understanding spectral degeneracies in nonstrange hadrons" (**Review**),
Mod. Phys. Lett. A22 (2007) 1359.
5. Afonin S.S., "Parity doubling in particle physics" (**Review**),
Int. J. Mod. Phys. A22 (2007) 4537.
6. Afonin S.S., "Cluster duality",
Nucl. Phys. B779 (2007) 13.
7. Afonin S.S., "Light meson spectrum and classical symmetries of QCD",
Eur. Phys. J. A29 (2006) 327.
8. Afonin S.S., "Experimental indication on chiral symmetry restoration in meson spectrum",
Phys. Lett. B639 (2006) 258.