



M.V. Lomonosov Moscow State University
D.V. Scobel'syn Institute of Nuclear Physics
Faculty of Physics



Shell structure of superheavy nuclei with Z from 114 to 126 in the dispersive optical model

O.V. Bessalova, A.A. Klimochkina, M.M. Mosunov
LXXV International Conference «NUCLEUS – 2025. Nuclear
physics, elementary particle physics and nuclear technologies»

1-6 July 2025

1. Введение
2. Основы дисперсионной оптической модели
3. Результаты расчетов одночастичной структуры
 - а) сверхтяжелых ядер с $Z = 114, 120, 126$
 - б) гипертяжелого ядра ${}_{308}^{472}164$
4. Заключение



«Магические» числа протонов
 $Z = 2, 8, 20, 28, 50, 82$
и нейтронов
 $N = 2, 8, 20, 28, 50, 82$ и 126.

«Сверхтяжёлые ядра» – ядра с $Z \geq 104$.

Ядро с $Z = 114$, $N = 184$ расположено
в центре «острова стабильности».

Особенности таких ядер – **высокая
плотность одночастичных уровней**
и **более узкие оболочечные щели**.



В настоящей работе расчеты одночастичной структуры сверхтяжелых ядер с $N = 184$, $Z = 114, 120, 126$, а также гипертяжелого ядра $^{472}_{308}164$ выполнены **впервые** в дисперсионной оптической модели.

Дисперсионная оптическая модель (ДОМ)

Нуклон-ядерный локально-эквивалентный потенциал ДОМ:

$$\hat{U}(r, E) = -U_p(r, E) - \hat{U}_{so}(r, E) + V_C(r)$$

Центральная часть ДОП:

$$\begin{aligned} U_p(r, E) &= V_{HF}(r, E) + \Delta V(r, E) + iW_1(r, E) = \\ &= V_{HF}(E)f(r, r_{HF}, a_{HF}) + \Delta V_s(E)f(r, r_s, a_s) - \\ &- 4a_d \Delta V_d(E) \frac{d}{dr} f(r, r_d, a_d) + iW_s(E)f(r, r_s, a_s) - \\ &- i4a_d W_d(E) \frac{d}{dr} f(r, r_d, a_d) \end{aligned}$$

$$V_{HF}(E) = V_{HF}(E_F) \exp \left[\frac{-\gamma(E - E_F)}{V_{HF}(E_F)} \right]$$

Мнимая часть ДОП:

$$\begin{aligned} W_s(E) &= w_1 \frac{(E - E_F)^2}{(E - E_F)^2 + (w_2)^2} \\ W_d(E) &= d_1 \frac{(E - E_F)^2 \exp[-d_2(E - E_F)]}{(E - E_F)^2 + (d_3)^2}, E > E_F \end{aligned}$$

Спин-орбитальный потенциал:

$$\hat{U}_{so} = 2V_{so}(E) \frac{1}{r} \frac{d}{dr} f(r, r_{so}, a_{so}) \hat{\mathbf{l}} \hat{\mathbf{s}}$$

Дисперсионное соотношение, связывающее действительную и мнимую части оптического потенциала:

$$V(\mathbf{r}, \mathbf{r}', E) = V(\mathbf{r}, \mathbf{r}') + \frac{1}{\pi} P \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{W(\mathbf{r}, \mathbf{r}', E')}{E' - E} dE'$$

$\nwarrow$
 ΔV

Уравнение Шредингера с действительной частью ДОП:

$$\left[\frac{-\nabla^2}{2m} + \hat{V}(r, E_{nlj}) \right] \Phi_{nlj}(\mathbf{r}) = E_{nlj} \Phi_{nlj}(\mathbf{r})$$

Вероятности заполнения одночастичных орбит:

$$N_{nlj} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{(E_{nlj} - E_F)}{\sqrt{(E_{nlj} - E_F)^2 + \Delta^2}} \right)$$

Распределение плотности ядер было вычислено следующим образом:

$$\rho(r) = \sum_{nlj} \rho_{nlj}(r), \quad \rho_{nlj}(r) = \frac{1}{4\pi r^2} (2j + 1) N_{nlj} \bar{u}_{nlj}^2(r).$$

В работе использовался вариант параметров KDUQ глобальной систематики параметров нуклонного оптического потенциала KD. В настоящей работе эти параметры были экстраполированы на область СТЯ.

KD: Koning A. J., Delaroche J. P. // Nucl. Phys. A. **713**. P. 231. (2003)

KDUQ: Pruitt C. D., Escher J. E., Rahman R. // Phys. Rev. C. **107**. 014602. (2023)

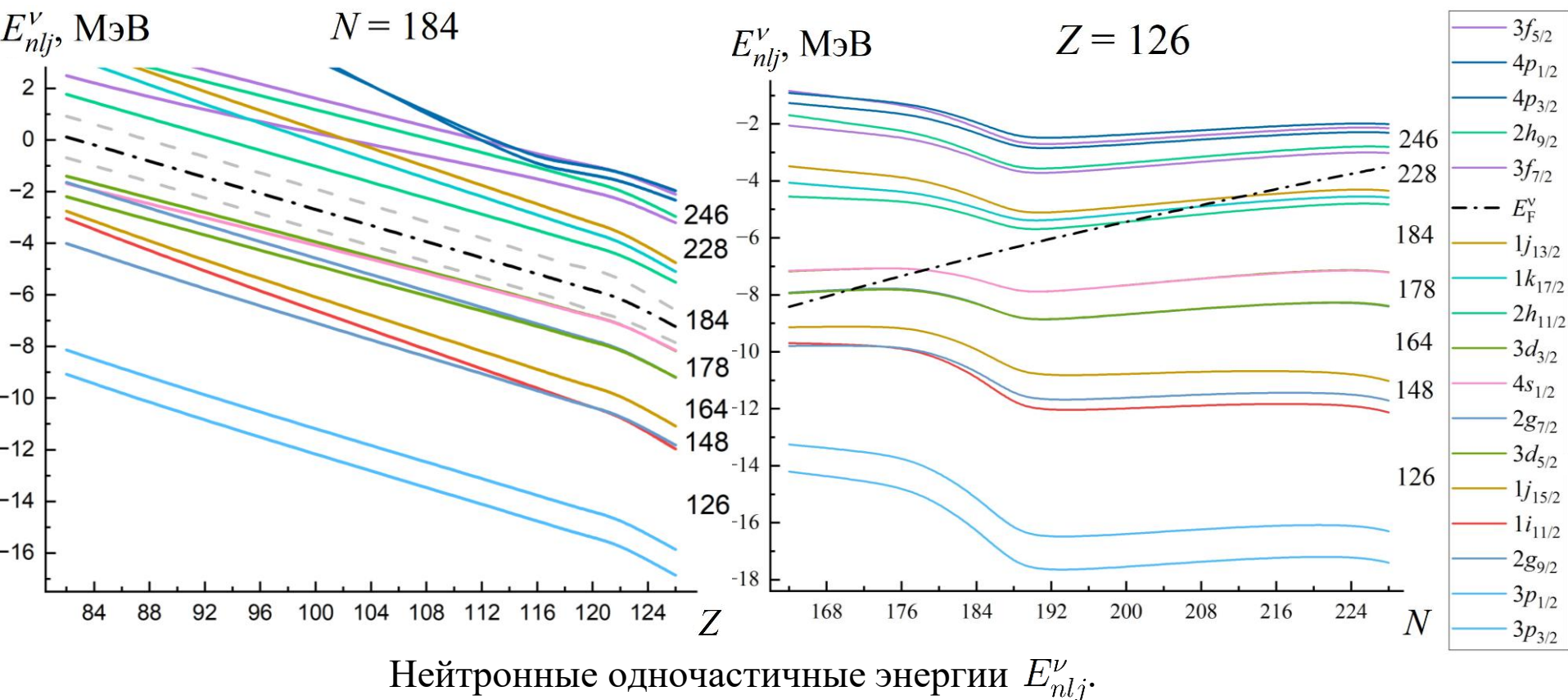
Результаты расчетов. Одночастичные характеристики нейтронных состояний

Магические числа:

$N = 126, 148, 164, 178, 184, 228, 246$.

Bender K., Rutz K., Reinhard P.-G., Maruhn J.A.,
Greiner W. // Phys. Rev. C. **60**. 034304. (1999)

Zhang Y.X, Liu B.R., Zhang K.Y., Yao J.M.// Phys. Rev.
C. **110**. 024302. (2024)

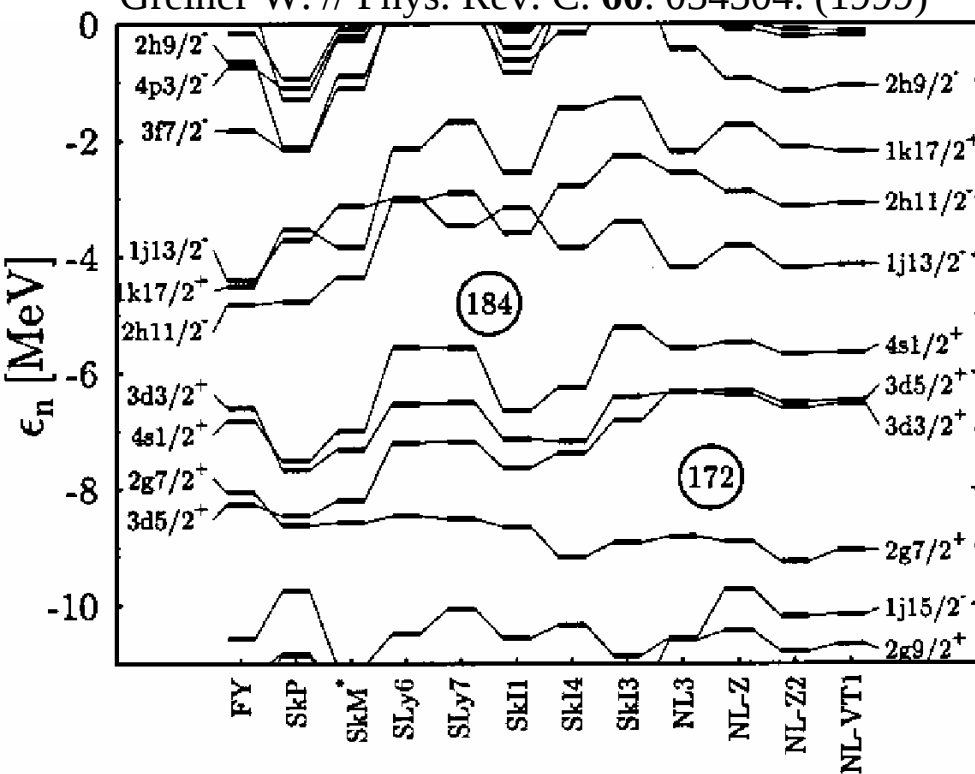


Сравнение с расчетами в рамках других моделей

Магические числа:

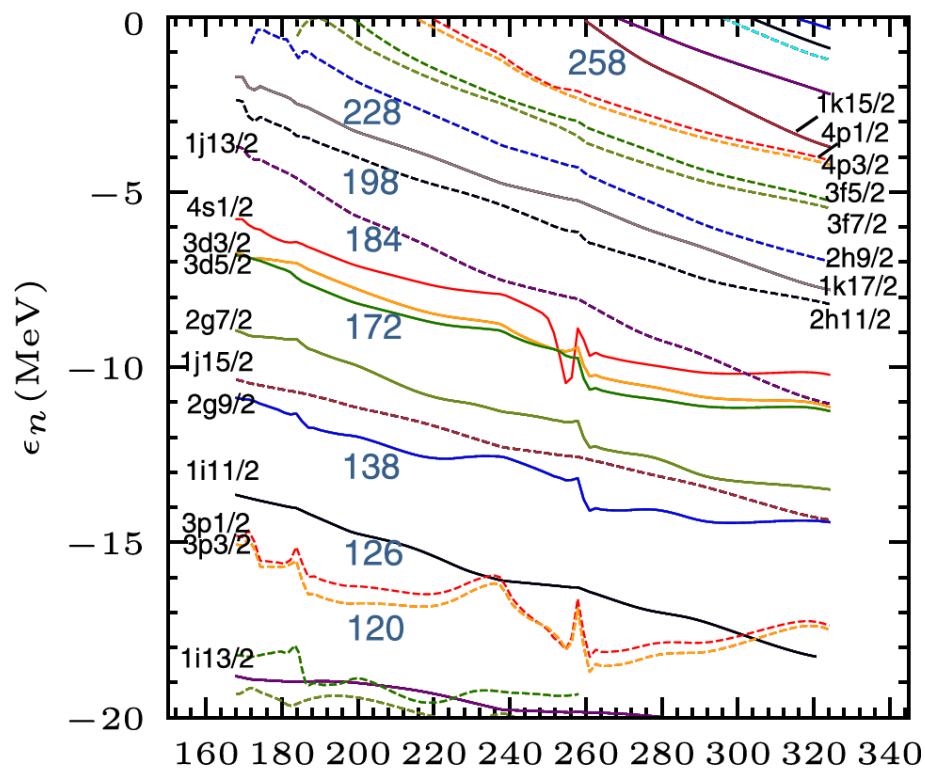
$N = 126, 148, 164, 178, 184, 228, 246$.

Bender K., Rutz K., Reinhard P.-G., Maruhn J.A., Greiner W. // Phys. Rev. C. **60**. 034304. (1999)



Нейтронный одночастичный спектр энергий $^{292}_{172}120$ в различных моделях.

Zhang Y.X, Liu B.R., Zhang K.Y., Yao J.M.// Phys. Rev. C. **110**. 024302. (2024)



Neutron number
Нейтронный одночастичный спектр энергий для $Z = 120$.

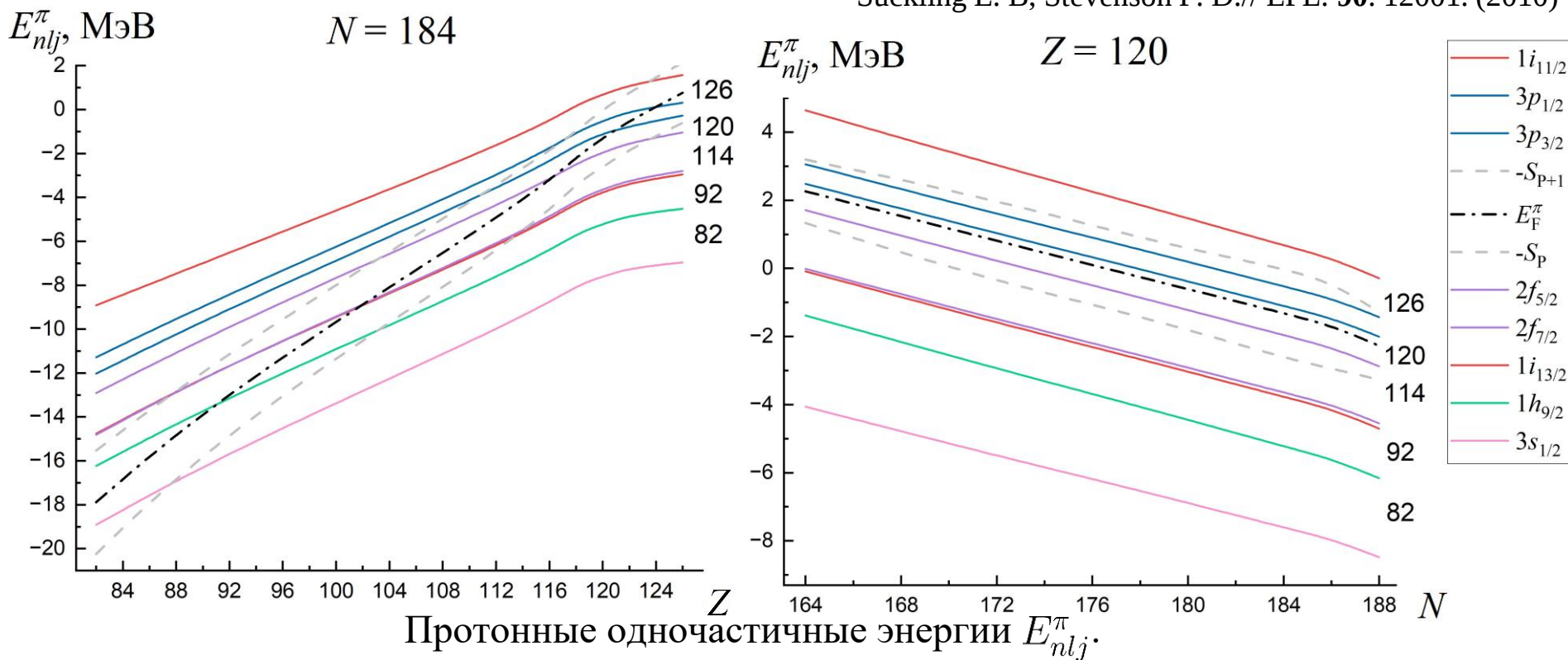
Результаты расчетов. Одночастичные характеристики протонных состояний

Магические числа $Z = 82, 92, 114, 120, 126$.

Учет ослабления спин-орбитального расщепления за счет истощения центральной плотности ведет к расширению щели $Z = 120$. Bender K., Rutz K., Reinhard P.-G., Maruhn J. A., Greiner W. // Phys. Rev. C. **60**. 034304. (1999)

Введение тензорного взаимодействия приводит к увеличению с-о расщепления между партнерами $2f_{7/2}$ и $2f_{5/2}$, увеличивая тем самым магическую щель $Z = 114$.

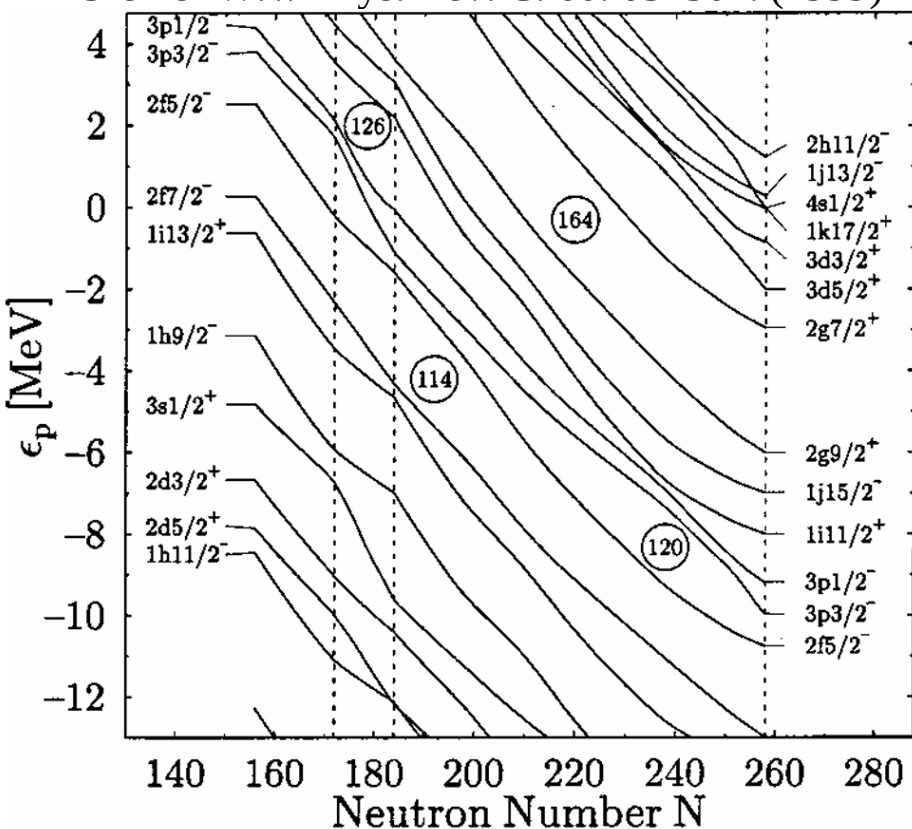
Suckling E. B, Stevenson P. D.// EPL. **90**. 12001. (2010)



Результаты расчетов. Одночастичные характеристики протонных состояний

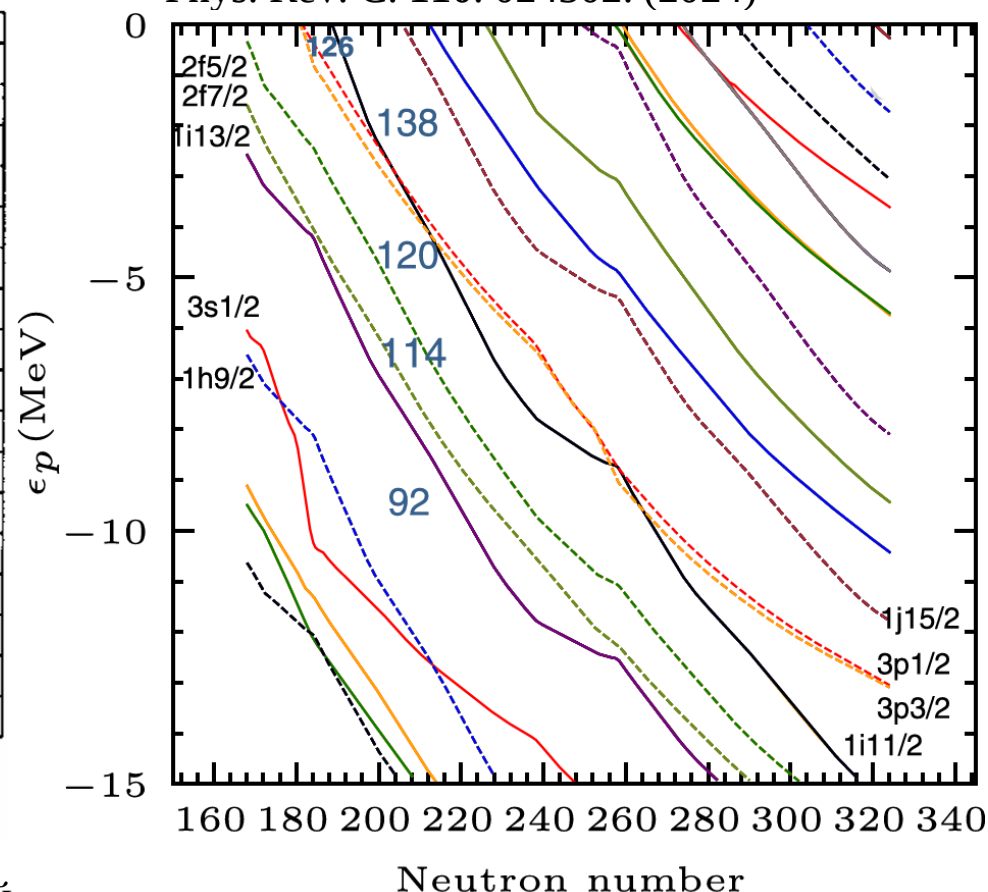
Магические числа $Z = 82, 92, 114, 120, 126$.

Bender K., Rutz K., Reinhard P.-G., Maruhn J.A., Greiner W. // Phys. Rev. C. **60**. 034304. (1999)



Протонный одночастичный спектр энергий для $Z = 120$ для SHF с силами Скирма SkI4.

Zhang Y.X, Liu B.R., Zhang K.Y., Yao J.M.// Phys. Rev. C. **110**. 024302. (2024)



Протонный одночастичный спектр энергий для $Z = 120$.

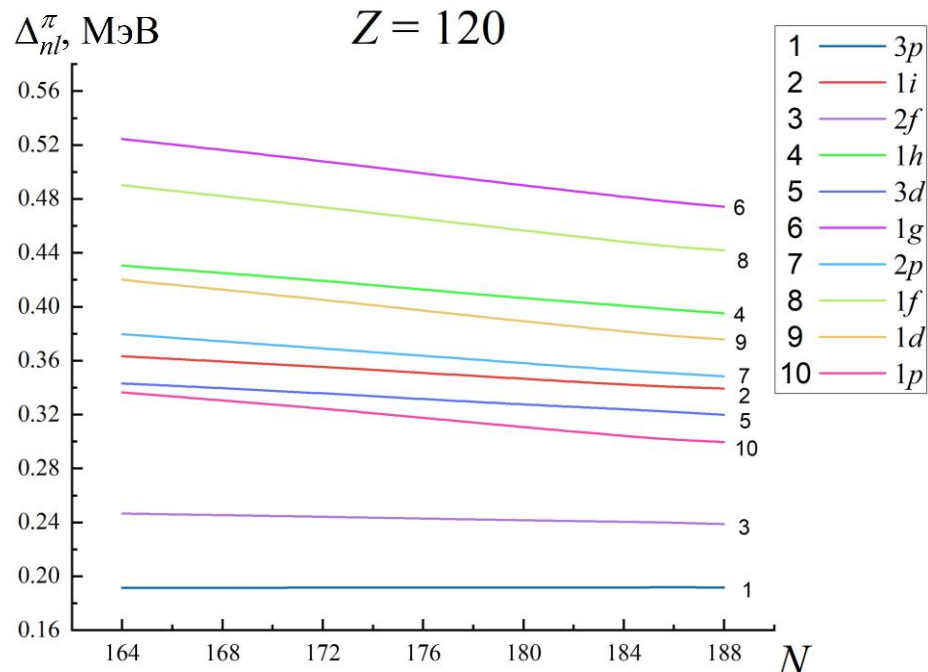
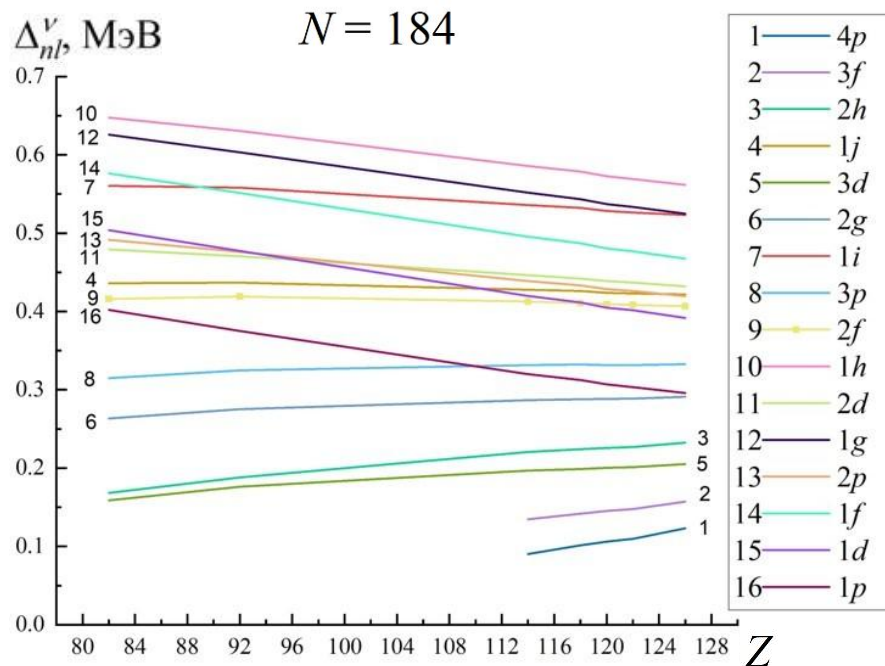
Результаты расчетов. Спин-орбитальное расщепление

Щель между спин-орбитальными партнерами:

$$\Delta_{nl}^{\nu} = \frac{\Delta E_{nl}^{\nu}}{2l + 1}, \quad \Delta E_{nl}^{\nu} = E_{nlj>}^{\nu} - E_{nlj<}^{\nu}$$

Для состояний, близких по энергии: $\Delta_{nl}^{\nu,\pi}$ состояний с большим l превышает $\Delta_{nl}^{\nu,\pi}$ состояний с меньшим l .

Спин-орбитальное расщепление чувствительно к перекрытию одночастичной волновой функции и радиальной зависимости с-о потенциала.



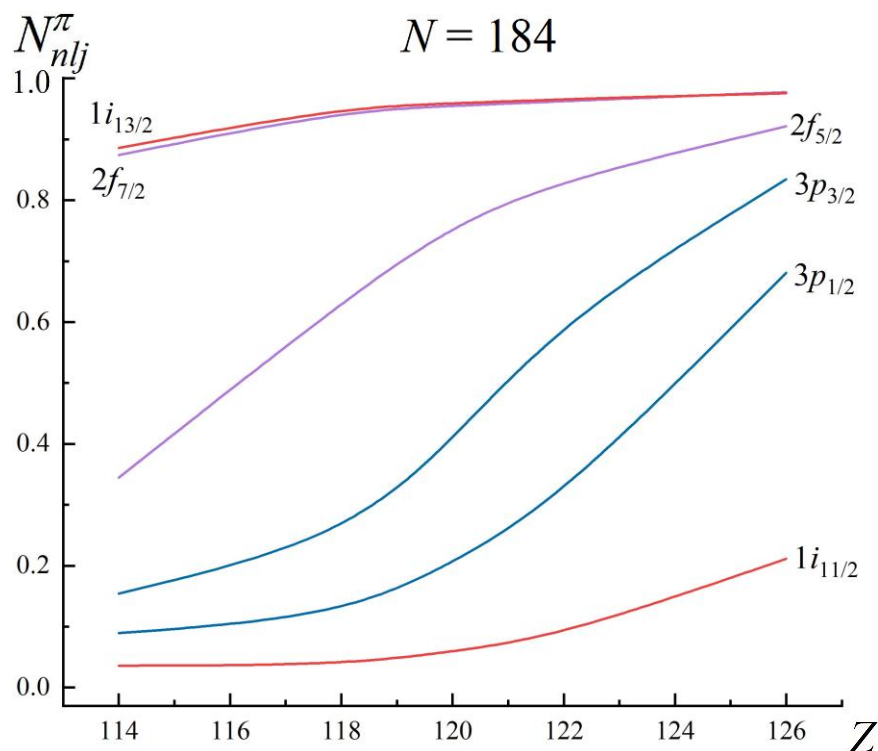
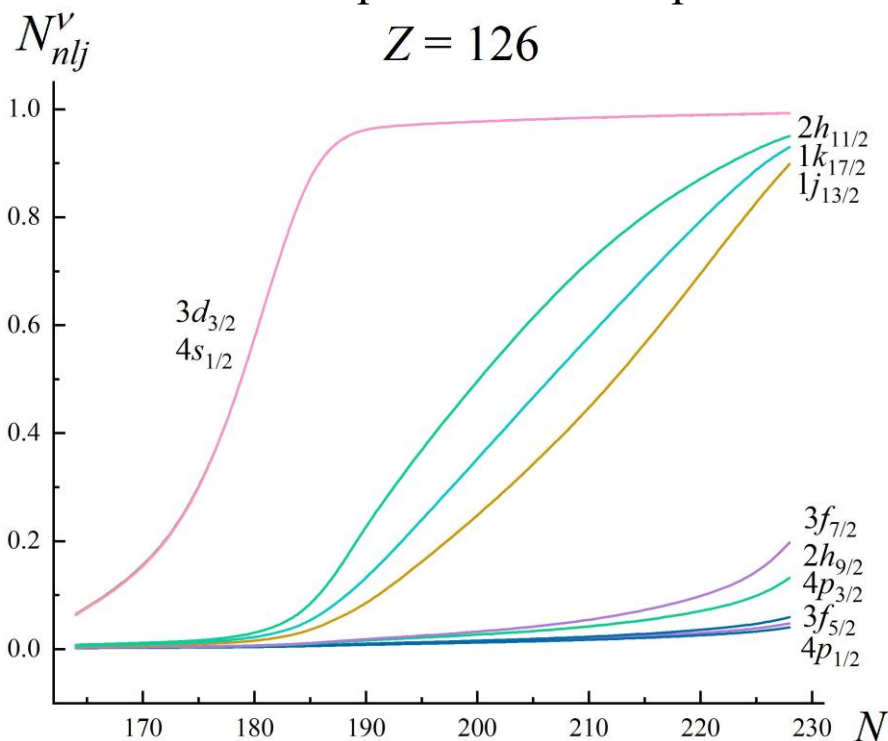
Спин-орбитальное расщепление $\Delta_{nl}^{\nu,\pi}$.

Результаты расчетов. Одночастичные вероятности заполнения

При переходе от $N = 184$ к $N = 228$ близкорасположенные по энергии состояния $1j_{13/2}$, $1k_{17/2}$ и $2h_{11/2}$ заполняются практически параллельно.

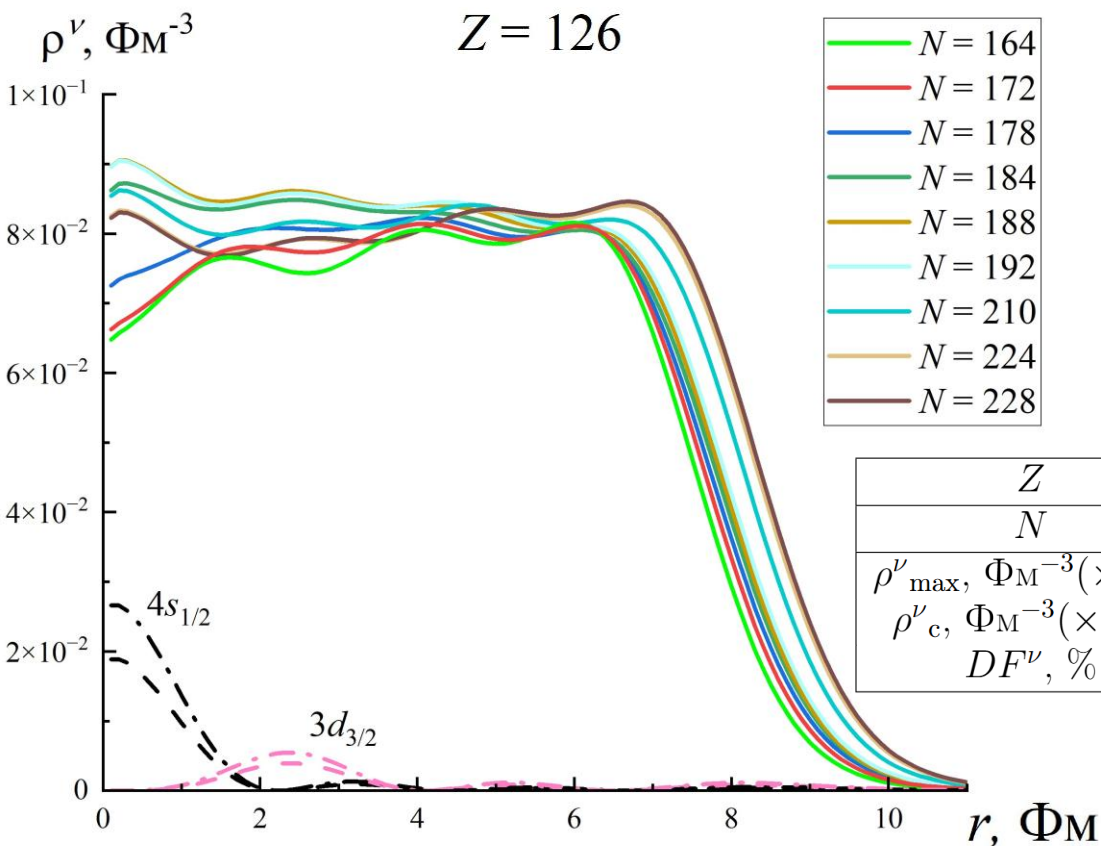
Состояния $3p_{3/2}$, $3p_{1/2}$ заполняются практически параллельно, причем менее выражено, чем нейтронные состояния.

Разрывы между вероятностями заполнения N_{nlj}^+ и N_{nlj}^- для нейтронов более выражены.



Одночастичные вероятности заполнения $N_{nlj}^{\nu,\pi}$.

Результаты расчетов. Особенности распределения нейтронной плотности



Параметр истощения центральной плотности:

$$DF = \frac{\rho_{\max} - \rho_c}{\rho_{\max}}$$

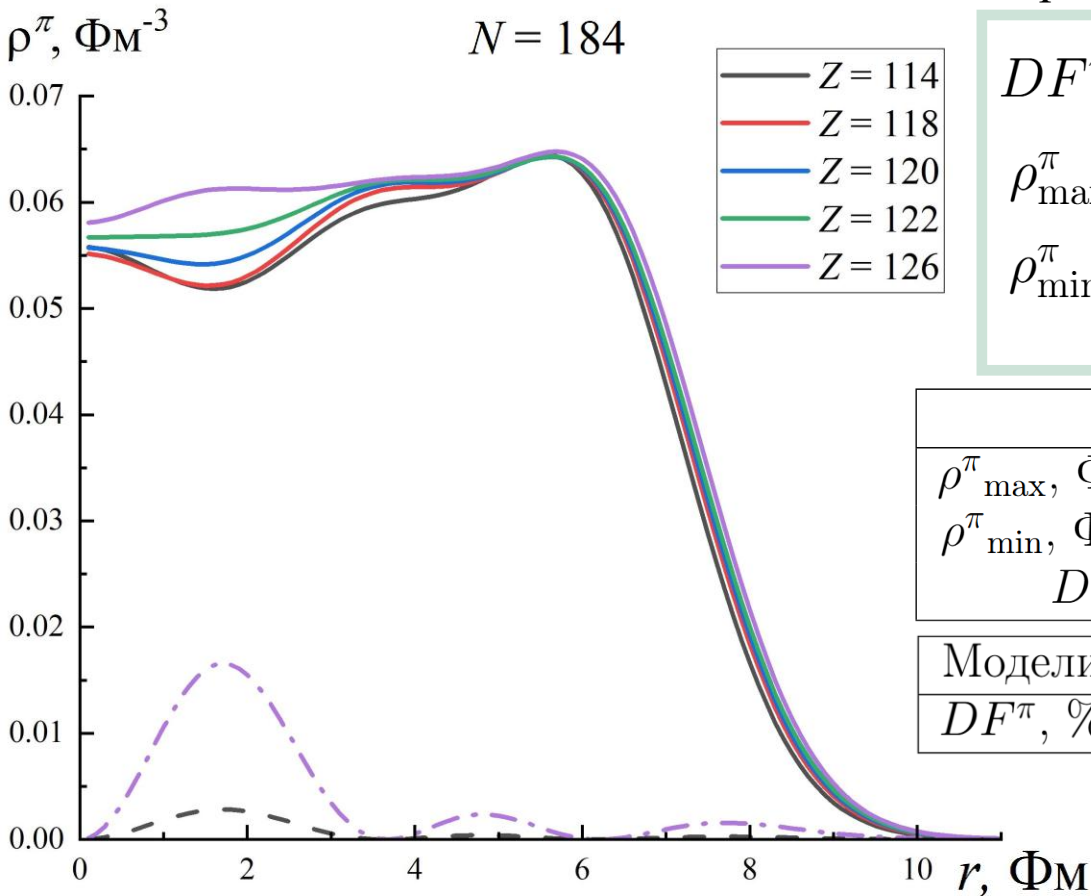
$\rho_{\max}$ – максимум плотности

$$\rho_c = \rho(r = 0)$$

Z	120			126		
N	164	172	178	164	172	178
$\rho^\nu_{\max}, \Phi\text{M}^{-3} (\times 10^2)$	8.445	8.383	8.440	8.158	8.142	8.225
$\rho^\nu_c, \Phi\text{M}^{-3} (\times 10^2)$	6.673	6.637	6.869	6.473	6.621	7.252
$DF^\nu, \%$	20.98	20.83	18.61	20.65	18.68	11.83

Нейтронные плотности ρ^ν . Штрихпунктирные линии - вклады состояний $4s_{1/2}$ и $3d_{3/2}$ в ρ^ν ядер с $N = 184$. Штриховые линии - увеличенные в 10 раз вклады тех же состояний в плотность ядер с $N = 164$.

Результаты расчетов. Особенности распределения протонной плотности



Параметр истощения плотности:

$$DF^\pi = \frac{\rho^\pi_{\max} - \rho^\pi_{\min}}{\rho^\pi_{\max}}$$

$\rho^\pi_{\max}$ – максимум плотности
 $\rho^\pi_{\min}$ – плотность в ближайшем к центру ядра локальном минимуме

Z	114	118	120
$\rho^\pi_{\max}, \text{ФМ}^{-3}(\times 10^2)$	6.449	6.431	6.428
$\rho^\pi_{\min}, \text{ФМ}^{-3}(\times 10^2)$	5.185	5.215	5.417
$DF^\pi, \%$	19.60	18.91	15.73

Модели	DOM	TMA	NLSH	PK1	NL3
$DF^\pi, \%$	18.91	18.07	18.82	18.82	15.62

Величина DF^π для ^{302}Og

Saxena G., Kumawat M., Kaushik M., Jain S.K. et al.// Physics Letters B. **788**. 1-6. (2018)

Протонные плотности ρ^π . Штриховая и штрихпунктирная линии - суммарные вклады $3p$ -состояний в общую протонную плотность ρ^π для $Z = 114$ и $Z = 126$ соответственно.

Результаты расчетов. Гипотетическое ядро $^{472}_{308}164$

Ядра с $Z > 126$ получили название гипертяжелых ядер. Число протонов $Z_{кр} = 172 - 173$ становится критическим с точки зрения оболочечной структуры электронов.

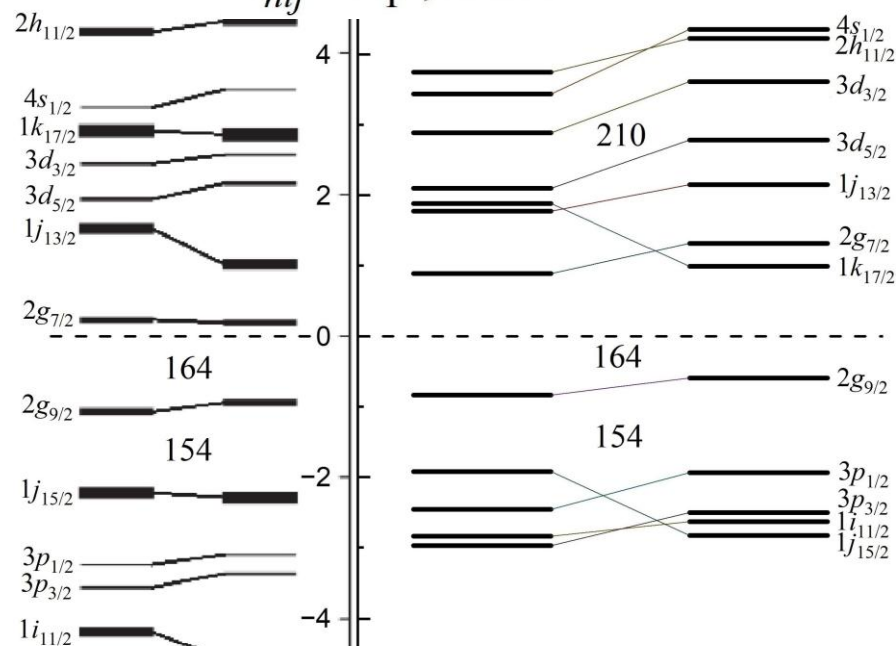
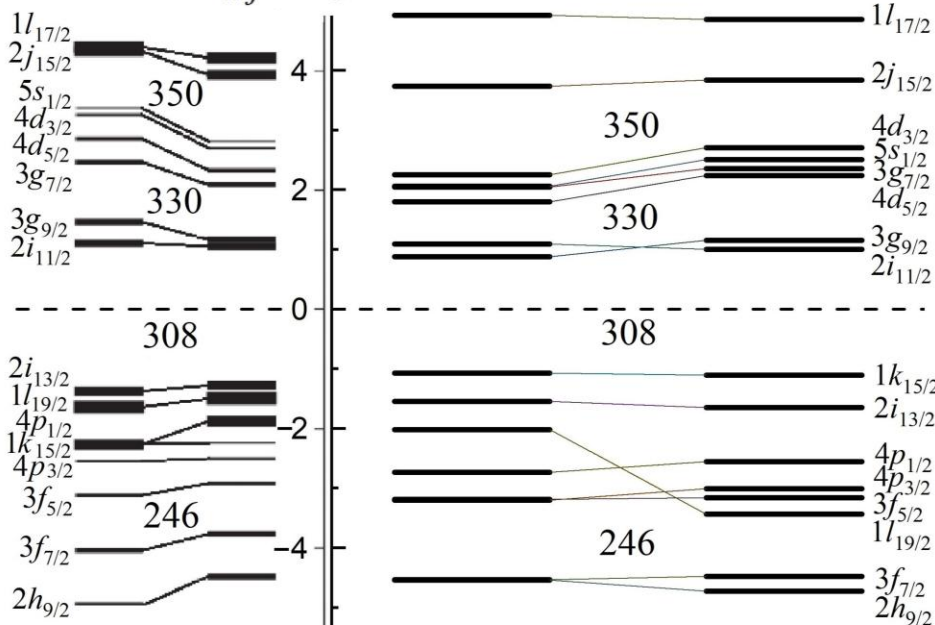
Померанчук И. Я. // Собрание научных трудов в трех томах. Физика элементарных частиц. Электромагнитные и слабые взаимодействия. Том II. Изд-во «Наука». (1972)

Магические числа : **$N = 246, 308, 330, 350$** .

Магические числа: **$Z = 154, 164, 210$** .

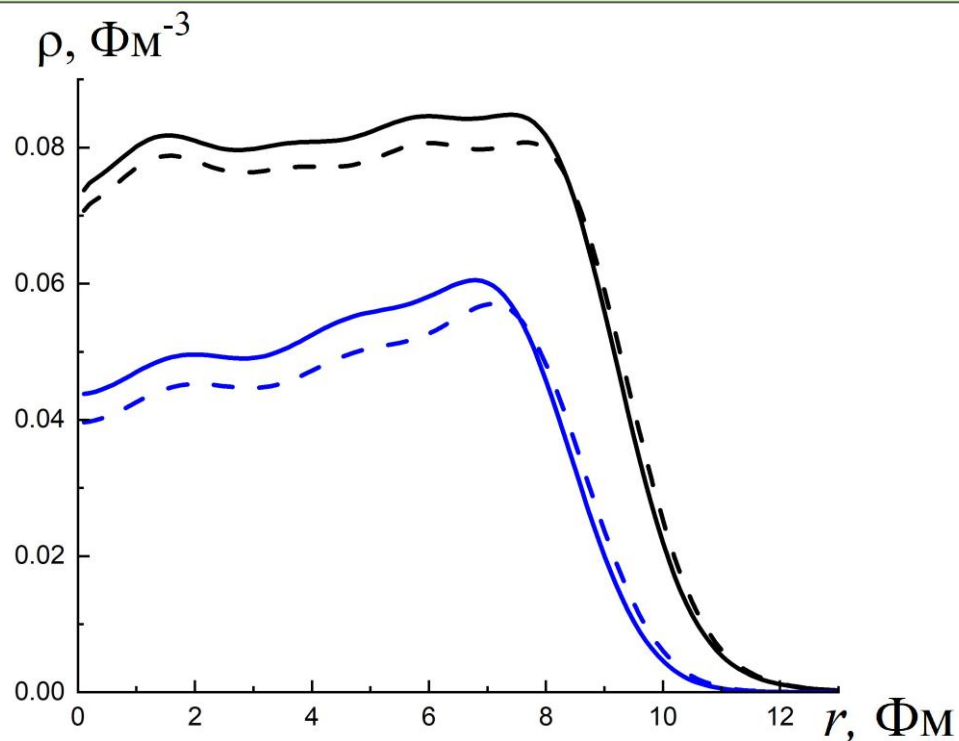
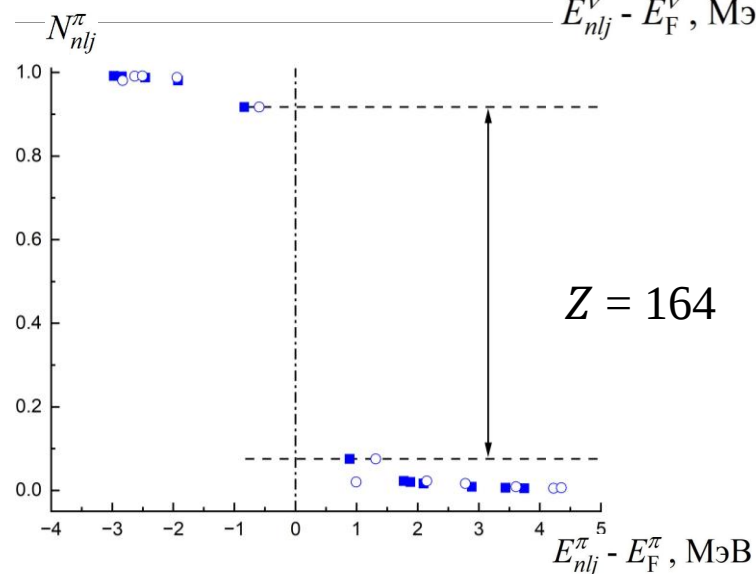
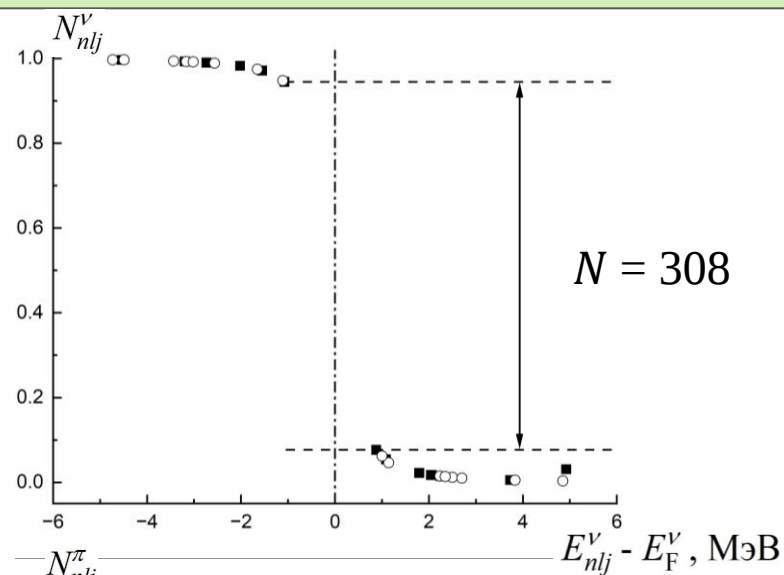
$E_{nlj}^{\nu} - E_F^{\nu}$, МэВ

$E_{nlj}^{\pi} - E_F^{\pi}$, МэВ



Giuliani S. A. et al. // Rev. Mod. Phys. Спектр нейтронных (слева) и протонных (справа) одночастичных энергий ядра $^{472}_{308}164$. 91,011001. (2019)

Результаты расчетов. Гипотетическое ядро $^{472}_{308}164$



Нейтронные (черные линии) и протонные (синие линии) плотности ядра $^{472}_{308}164$. Штриховые линии – параметризация KD, сплошные – KDUQ.

$$\text{KDUQ: } DF^\pi = 27.6\%$$

$$\text{KD: } DF^\pi = 30.5\%$$

Вероятности заполнения для нейтронных (сверху) и протонных (снизу) состояний ядра $^{472}_{308}164$.

1. Вычисленные одночастичные энергии и вероятности заполнения одночастичных орбит демонстрируют щели, характерные для следующих магических чисел нейтронов и протонов: $N = 126, 148, 164, 178, 184, 228, 246$ и $Z = 82, 92, 114, 120, 126$. Это согласуется с результатами ряда теоретических работ, подтверждая высокую предсказательную способность ДОМ в отношении сверхтяжелых ядер.
2. Выполненные расчеты предсказывают особенности распределения плотности в исследованных сверхтяжелых ядрах. Среди них квазипузырьковая структура сверхтяжелых ядер с $164 \leq N \leq 178$, связанная с низкой заселенностью нейтронного состояния $4s_{1/2}$ в этих ядрах, и истощение протонной плотности при радиусе $r \approx 2$ Фм в ядрах с $114 \leq Z \leq 120$, обусловленное низкой заселенностью протонного состояния $3p_{3/2}$.
3. Выполнены расчеты для гипотетического ядра ${}_{308}^{472}164$. Результаты предсказывают дважды магическую природу этого ядра. В распределении протонной плотности этого ядра прослеживается нарастающее от периферии к центру ядра истощение плотности, природа которого связана с кулоновским отталкиванием протонов.

Спасибо за внимание!