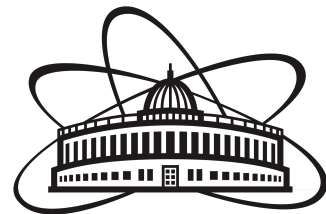


LXXV Международная конференция «Ядро-2025»



Расчёт угловых распределений гамма-квантов на ядре ^{48}Ti в реакциях с быстрыми нейтронами

**Андреев А.В.^{1,2}, Филончик П.Г.^{1,4}, Третьякова Т.Ю.^{1,3}, Фёдоров Н.А.¹, Копач Ю.Н.¹,
Грозданов Д.Н.¹, Прусаченко П.С.¹, и коллаборация Tangra**

¹Объединенный институт ядерных исследований, лаборатория нейтронной физики имени И.М. Франка, Дубна, Россия,

²Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, физический факультет, Москва, Россия,

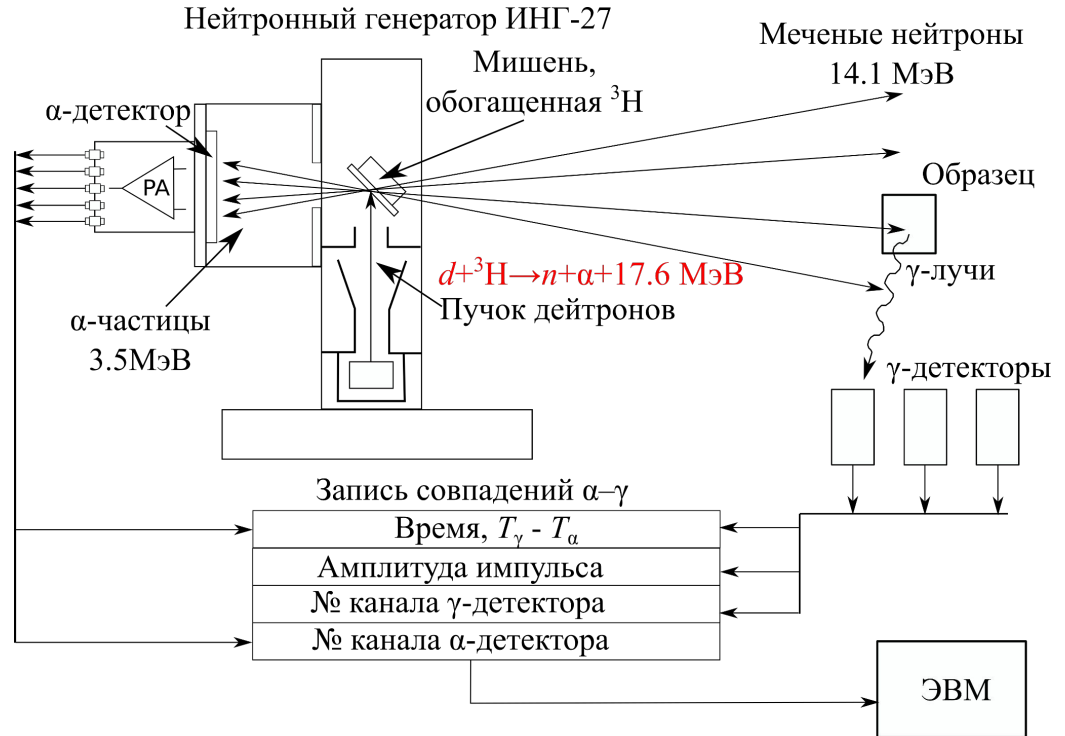
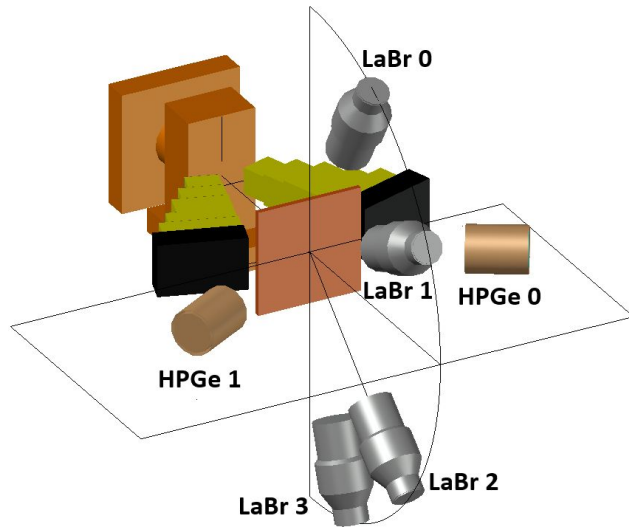
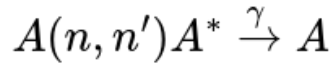
³Научно-исследовательский институт ядерной физики имени Д.В.Скобельцына, Россия,
119991, Москва, Ленинские горы, дом 1, строение 2

⁴«Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)», Москва, Россия,

**г. Санкт-Петербург
1-6 июля 2025 г.**

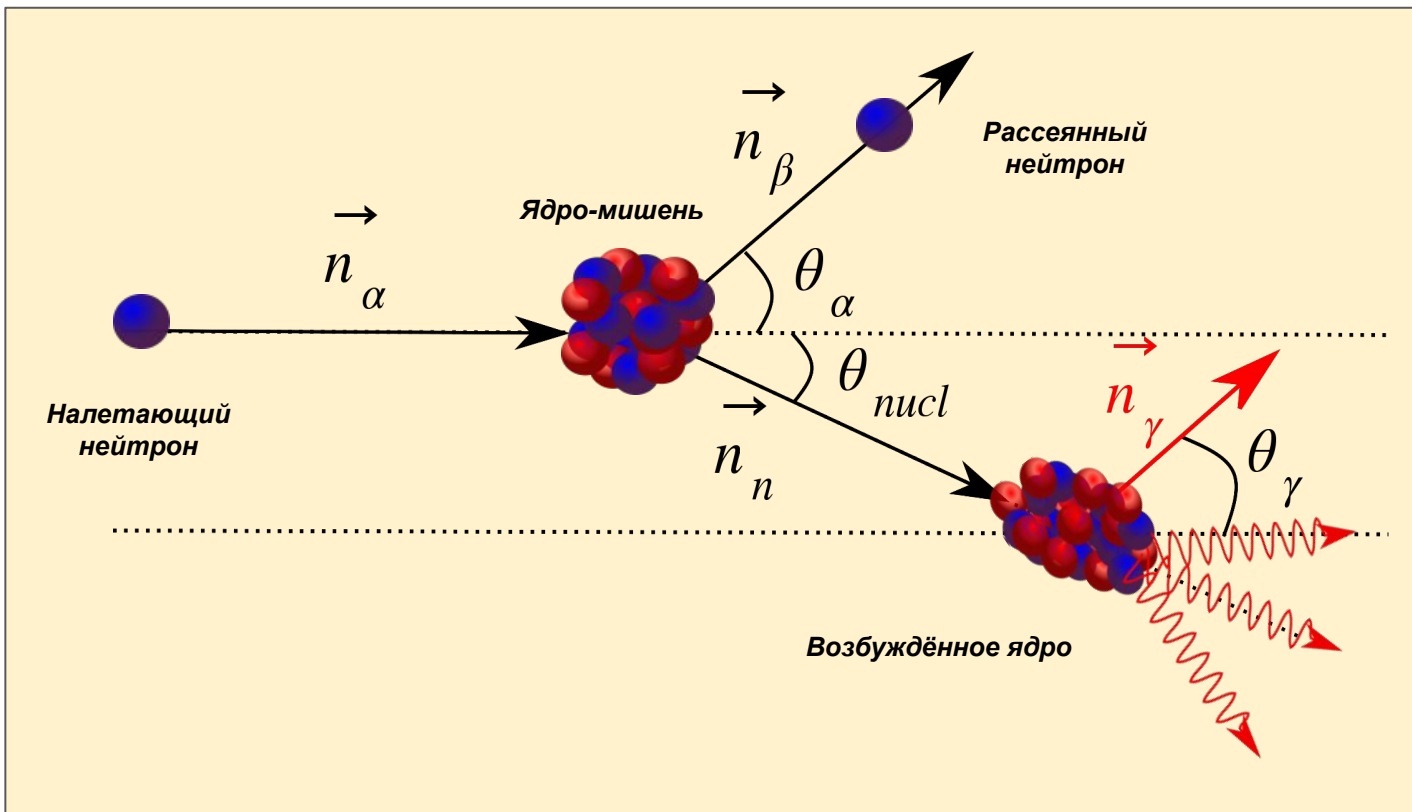
Проект “TANGRA”

Международный проект “**TANGRA**” основан в 2016 году в Лаборатории нейтронной физики им. И. М. Франка Объединенного института ядерных исследований (**ОИЯИ, Дубна**)

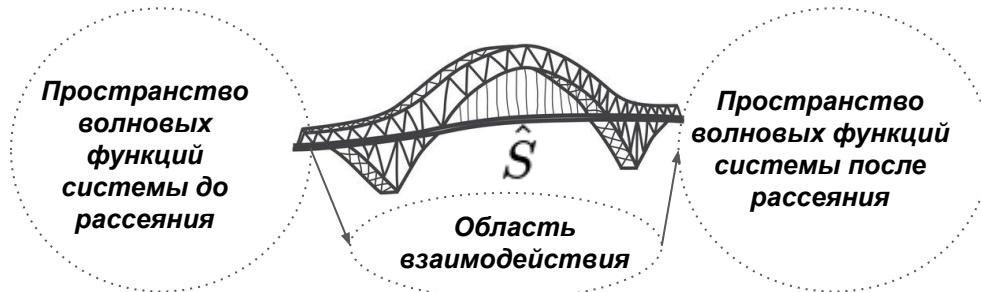


На сегодняшний день накоплен значительный объем данных по сечениям и угловым распределениям реакций $(n, n'\gamma)$

Схема реакции



Формализм неупругого рассеяния нейтронов на ядрах



Выходящий канал реакции

Функция, описывающая относительное движение частиц системы

Входящий канал реакции

Кoeffициент, учитывающий параметры входного канала

Элементы S-матрицы рассеяния

Спин-угловая функция

$$\Psi_{\alpha\beta} = \left[\frac{m_\beta k_\beta}{m_\alpha k_\alpha} \right]^{1/2} \sum_{\lambda_\alpha} a(\lambda_\alpha) \sum_{\lambda_\beta} S_J(\lambda_\alpha, \lambda_\beta) \frac{u_\beta^+ l_\beta}{r_\beta} \phi_{\lambda_\beta}^\beta$$

$$\frac{d\sigma_{in}}{d\Omega} \sim |\Psi_{\alpha\beta}|^2$$

Сечение неупругого рассеяния нейтрона на ядрах

Полный угловой момент системы нейтрон+ядро

Орбитальный момент налетающего нейтрона

Полный угловой момент рассеянного нейтрона

Входящий канал реакции

Произведения коэффициентов Клебша-Гордона

Произведения элементов S-матрицы рассеяния

Выходящий канал реакции

$$\frac{d\sigma_{in}}{d\Omega} = \frac{1}{4k_\alpha^2} \sum_Q \sum_{JJ'} \frac{2J+1}{(2s+1)(2I_i+1)} \sum_{l_\alpha l'_\alpha j_\alpha j'_\alpha l_\beta l'_\beta j_\beta j'_\beta} S_J(\alpha \rightarrow \beta) S_{J'}^*(\alpha' \rightarrow \beta') C_{l'_\beta 0 Q 0}^{l_\beta 0} C_{l'_\beta 0 Q 0}^{l_\beta 0} \times$$

$$\times U(I_\alpha j_\beta J' Q; J j'_\beta) U(s j'_\beta l_\beta Q; l'_\beta j_\beta) U(I_\alpha J' j_\alpha Q; j'_\alpha J) U(s j'_\alpha l_\alpha Q; l'_\alpha j_\alpha) (2Q+1) P_Q(\cos \theta_\alpha)$$

Произведения нормированных функций Рака

Полином Лежандра

Модель составного ядра. Модель Хаузера-Фешбаха

Дифференциальное сечение образование составного ядра

Вероятность распада составного ядра по каналу β

$$\frac{d\sigma_{in}}{d\Omega} = \frac{d\sigma_{CN}}{d\Omega} P_{\beta} \quad P_{\beta} = \frac{T_{\beta}}{\sum_{\alpha} T_{\alpha}} W_{\alpha\beta}$$

Сечение неупругого рассеяния нейтрона на ядрах

$$\frac{d\sigma_{in}}{d\Omega} = \frac{1}{4k_{\alpha}^2} \sum_Q \sum_{JJ'} \frac{2J+1}{(2s+1)(2I_i+1)} \sum_{\alpha\beta\alpha'\beta'} \frac{T_{\alpha} T_{\beta}}{\sum_{\alpha} T_{\alpha}} W_{\alpha\beta} \delta_{\beta\beta'} \delta_{\alpha\alpha'} C_{l'_{\beta} Q 0}^{l_{\beta} 0} C_{l'_{\beta'} Q 0}^{l_{\beta'} 0} \times$$

Кoeffициенты проницаемости
Поправка на флуктуацию ширины

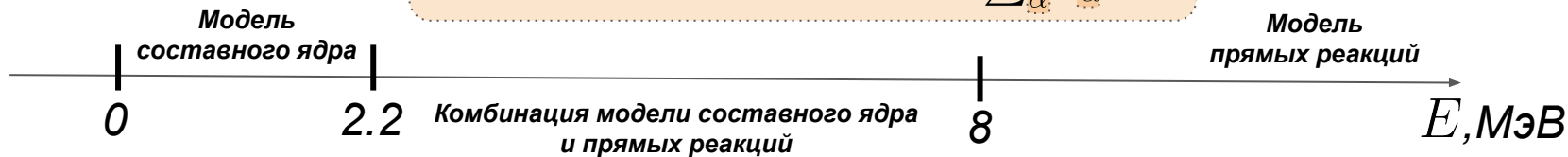
Входящий канал реакции
Выходящий канал реакции

$$\times U(I_{\alpha} j_{\beta} J' Q; J j'_{\beta}) U(s j'_{\beta} l_{\beta} Q; l'_{\beta} j_{\beta}) U(I_{\alpha} J' j_{\alpha} Q; j'_{\alpha} J) U(s j'_{\alpha} l_{\alpha} Q; l'_{\alpha} j_{\alpha}) (2Q+1) P_Q(\cos\theta_{\alpha})$$

Произведения нормированных функций Рака

Полином Лежандра

$$S_J^{CN}(\alpha \rightarrow \beta) S_J^{*CN}(\alpha' \rightarrow \beta') = \frac{T_{\alpha} T_{\beta}}{\sum_{\alpha} T_{\alpha}} W_{\alpha\beta}$$



Теоретическое описание излучения γ -квантов

“Золотое” правило
Ферми

Вероятность излучения γ -
кванта мультипольности
 μ в направлении $\vec{n}_\gamma$

$$d\omega(n_\gamma, \mu) = \frac{2\pi}{\hbar} | \langle i, 0 | H_i | f, \vec{k}\mu \rangle |^2 d\rho(E_\gamma)$$

Начальное состояние
излучающей системы и поля

Конечное состояние
излучающей системы и поля

Плотность состояний γ -
квантов с энергией $E_\gamma = \hbar\omega$

Формула угловых распределений γ -квантов в направлении $\vec{n}_\gamma$

$$\frac{dW(\vec{n}_\gamma)}{d\Omega_{\vec{n}_\gamma}} = \frac{4\pi}{\omega_{\vec{n}_\gamma}} \cdot \frac{d\omega_{\vec{n}_\gamma}}{d\Omega_{\vec{n}_\gamma}} = \sum_{Qq} \tau_{Qq}^* (2Q+1) C_{L1Q0}^{L1} U(I_f I_i L Q; L I_i) Y_{Qq}(\vec{n}_\gamma)$$

Кoeffициент
Клебша-Гордона

Сферическая
функция

Спин-тензор
ориентации
ядра

Нормированная
функция Рака

$Q = [0, 2, 4, \dots, 2L]$

$$\tilde{\tau}_{Qq}^*(I_i) = (-1)^{-q} \cdot \tilde{\tau}_{Q-q}(I_i) = \frac{\pi}{k_\alpha k_\beta r_\beta^2} \frac{m_\beta}{m_\alpha} \sum_{JJ'} g_J \sum_{\alpha\alpha'\beta\beta'} S_J(\alpha \rightarrow \beta) S_{J'}^*(\alpha' \rightarrow \beta') \sum_Q \sqrt{2J+1} C_{l'_i 0 Q 0}^{l_i 0} \delta_{l'_f l_f} \times$$

Произведения элементов S-
матрицы рассеяния

$$\times U(s j'_{alpha} l_\alpha Q; l'_\alpha j_\alpha) U(I_\alpha J' j_\alpha Q; j'_\alpha J) \delta_{j'_\beta j_\beta} \delta_{l'_\beta l_\beta} \frac{U(j_\beta I_i J Q; J' I_i)}{\sqrt{(2j_\beta + 1)}} \sqrt{4\pi} Y_{Q-q}^*(\vec{n}_\alpha), \text{ где } g_J = \frac{2J+1}{(2s+1)(2I_\alpha+1)}$$

Теоретическое описание сечения излучения γ -квантов

Вектор, направленный по пучку налетающих частиц

Вектор, направленный вдоль направления вылета γ квантов

$$\sigma(\vec{n}_\alpha, \vec{n}_\gamma) = \sigma_{\alpha\beta}(\vec{n}_\alpha) W(\vec{n}_\gamma)$$

Сечение рассеяния нейтрона на ядре

Угловое распределение γ квантов

Дифференциальное сечение излучения γ -квантов

$$\sigma(\vec{n}_\alpha, \vec{n}_\gamma) = C \sum_Q B_Q R(I_f I_i L Q; L I_i) (2Q + 1) P_Q(\cos\theta)$$

Волновой вектор налетающей частицы

Коэффициенты при полиномах Лежандра

$$C = \frac{1}{4k_\alpha^2}$$

$$R(I_f I_i L Q; L I_i) = (2Q + 1) C_{L1Q0}^{L1} U(I_f I_i L Q; L I_i)$$

Угол между направлением налетающего пучка нейтронов и направлением вылета γ кванта

$$B_Q = \sum_{JJ'} g_{J'} \sum_{\alpha, \alpha', \beta, \beta'} S_J(\alpha \rightarrow \beta) S_{J'}^*(\alpha' \rightarrow \beta') \sum_Q \sqrt{(2J+1)} C_{l'_\alpha 0 Q 0}^{l_\alpha 0} \delta_{l'_\beta l_\beta} U(s j'_\alpha l_\alpha Q, l'_\alpha j_\alpha) U(I_\alpha J' j_\alpha Q, j'_\alpha J) \delta_{j'_\beta j_\beta} \frac{U(j_\beta I_i J Q; J' I_i)}{\sqrt{(2j_\beta + 1)}}$$

Произведения элементов S-матрицы рассеяния

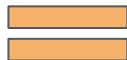
Программный код ECIS

Оптический потенциал



Модели возбуждения ядер в прямых реакциях

- DWBA
- Symmetric rotational model
- Spherical OM
- Vibrational model



Файл fort.60

$$U(r, E) = -V_v(r, E) - iW_v(r, E) - iW_D(r, E) + V_{SO}(r, E)\vec{l}\vec{s} + iW_{SO}(r, E)\vec{l}\vec{s}$$

$$V_v = V(E)f(r, R_V, a_V)$$

$$W_v = W(E)f(r, R_V, a_V)$$

$$W_D = -4a_D W_D(E) \frac{d}{dr} f(r, R_D, a_D)$$

$$V_{SO} = V_{SO}(E) \left(\frac{\hbar}{m_{\pi} c} \right)^2 \frac{1}{r} \frac{d}{dr} f(r, R_{SO}, a_{SO})$$

$$W_{SO} = W_{SO}(E) \left(\frac{\hbar}{m_{\pi} c} \right)^2 \frac{1}{r} \frac{d}{dr} f(r, R_{SO}, a_{SO})$$

fort.60 ×		Масса снаряда		Энергия		Масса мишени			
1	<s-matrix>	1.01		1.00000000D+00		55.93	0	40	
2		0.5	+	3	3	Канал налетающей частицы l и			
3	1 1	1	0	0.5	-1.9955586D-01	9.4433899D-02	i	0.22077206	Канал рассеянной частицы l и j
4	1 2	2	2	1.5	1.4677199D-02	-4.2407202D-03	i	0.01527756	
5	1 3	2	2	2.5	2.1813943D-02	5.1959420D-03	i	0.02242423	
6		0.5	-	3	3				
7	1 1	1	1	0.5	7.5397912D-01	-4.5737596D-01	i	0.88186013	Re и Im части элементов S матрицы рассеяния
8	1 2	2	1	1.5	5.5276404D-03	2.9537137D-02	i	0.03004991	
9	1 3	2	3	2.5	-1.3431622D-04	-4.4096354D-04	i	0.00046097	
10		1.5	-	5	5				
11	1 1	1	1	1.5	7.8688995D-01	-3.8738931D-01	i	0.87707826	Тип реакции 1- упругий канал, 2- неупругий
12	1 2	2	1	0.5	-3.0765740D-03	-2.1078503D-02	i	0.02130184	
13	1 3	2	1	1.5	-1.2418896D-03	-2.2170210D-02	i	0.02220497	
14	1 4	2	3	2.5	-3.1233232D-05	-1.8655057D-04	i	0.00018915	
15	1 5	2	3	3.5	3.5068001D-05	-3.7531198D-04	i	0.00037695	

Программный код TALYS

comptarget.f90



Файл fort.90

```

if (type >= 1) tnumo = tnumo + 1
if (flagwidth .and. wmode >= 1) then
  ielas = 0
  if (elastic .and. jj2 == jj2prime .and. l2 == l2prime) ielas = 1
  call widthfluc(ielas)
endif
factor1 = real(Tinc * rho * Tout / denomhf * Wab)
if (type == 1) then ! 1 соответствует нейтронам (см. объявление parname)
write(90,*) 'neutron', nexout, updown2, lprime, updown, l, real(Tinc * rho * Tout / denomhf * Wab), &
  Ex(Zix,Nix,nexout), ZZ(Zcomp,Ncomp,type), NN(Zcomp,Ncomp,type), J2, parity
endif
fluxsum = fluxsum + factor1
else

```

fort.90 ×												
1	neutron	0	-1	1	-1	1	0.219888508	0.00000000	22	26	1	-1
2	neutron	1	1	1	-1	1	0.130158231	0.983530998	22	26	1	-1
3	neutron	1	-1	3	-1	1	6.56753685E-03	0.983530998	22	26	1	-1
4	neutron	0	1	1	1	1	0.121151537	0.00000000	22	26	3	-1
5	neutron	1	-1	1	1	1	0.100608580	0.983530998	22	26	3	-1
6	neutron	1	1	1	1	1	8.24349672E-02	0.983530998	22	26	3	-1
7	neutron	1	-1	3	1	1	4.15951153E-03	0.983530998	22	26	3	-1
8	neutron	1	1	3	1	1	1.75155641E-03	0.983530998	22	26	3	-1

Продукт
реакции

Номер
возбуждённого
уровня

Канал
налетающей
частицы 2s и l

Канал
рассеянной
частицы 2s и l

$$\frac{T_\alpha T_\beta}{\sum_\alpha T_\alpha} W_{\alpha\beta}$$

Энергия
возбуждённого
уровня

Параметры составного ядра Z, N,
2J и чётность

* Файл fort.90 не входит в число файлов генерируемых Talys автоматически

Программный код TALYS

comptarget.f90

Дифференциальное сечение (n, n') в случае составного ядра в **Talys** описывается с помощью приведённого выше формализма.

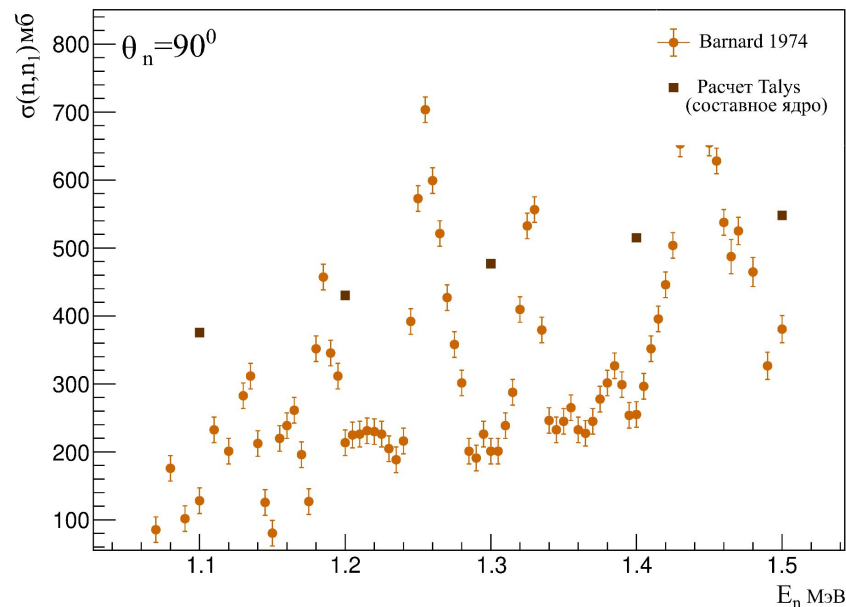
```

if (flagcompang .and. nexout <= NL) then
  Rspin = 0.5 * Irspin2
  angfac = (J2 + 1) * (jj2prime + 1) * (jj2 + 1) * (l2 + 1) * &
    (l2prime + 1) / fourpi
  LLmax = min(l2, l2prime)
  LLmax = min(LLmax, J2)
  rJ = 0.5 * J2
  rlin = real(1)
  rjin = 0.5 * jj2
  rlout = real(lprime)
  rjout = 0.5 * jj2prime
  iphase = int(abs(Rspin - parspin(type) - targetspin + parspin(k0)) + 0.1)
  phase = sgn(iphase)
  do LL = 0, LLmax, 2
    rLL = real(LL)
    clin = clebsch(rlin, rlin, rLL, 0., 0., 0., logfact, numfact)
    ra1in = racah(rJ, rjin, rJ, rjin, targetspin, rLL, logfact, numfact)
    ra2in = racah(rjin, rjin, rlin, rlin, rLL, parspin(k0), logfact, numfact)
    clout = clebsch(rlout, rlout, rLL, 0., 0., 0., logfact, numfact)
    ra1out = racah(rJ, rjout, rJ, rjout, Rspin, rLL, logfact, numfact)
    ra2out = racah(rjout, rjout, rlout, rlout, rLL, parspin(type), logfact, numfact)
    Ablatt = phase * angfac * clin * ra1in * ra2in * clout * ra1out * ra2out
    cleg(type, nexout, LL) = cleg(type, nexout, LL) + Ablatt * compterm / (2 * LL + 1)
  enddo
endif

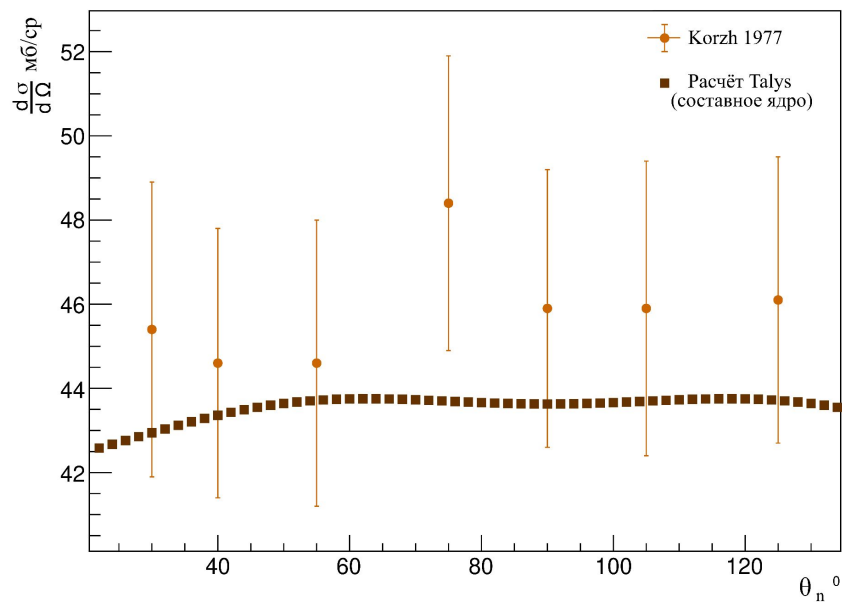
```

$$\begin{aligned}
 \text{cleg}(\text{type}, \text{nexout}, Q) = & \frac{1}{4k_{\alpha}^2} \sum_Q \sum_{JJ'} \frac{2J+1}{(2s+1)(2I_i+1)} \sum_{\alpha\beta\alpha'\beta'} \frac{T_{\alpha}T_{\beta}}{\sum_{\alpha} T_{\alpha}} W_{\alpha\beta} \delta_{l_{\alpha}l'_{\alpha}} \delta_{\beta\beta'} \delta_{\alpha\alpha'} C_{l'_{\beta}Q0}^{l_{\beta}0} \times \\
 & \times U(I_{\alpha}j_{\beta}J'Q; Jj'_{\beta}) U(sj'_{\beta}l_{\beta}Q; l'_{\beta}j_{\beta}) U(I_{\alpha}J'j_{\alpha}Q; j'_{\alpha}J) U(sj'_{\alpha}l_{\alpha}Q; l'_{\alpha}j_{\alpha})
 \end{aligned}$$

Результаты по теоретическому описанию неупругого рассеяния нейтронов на ядрах ^{48}Ti

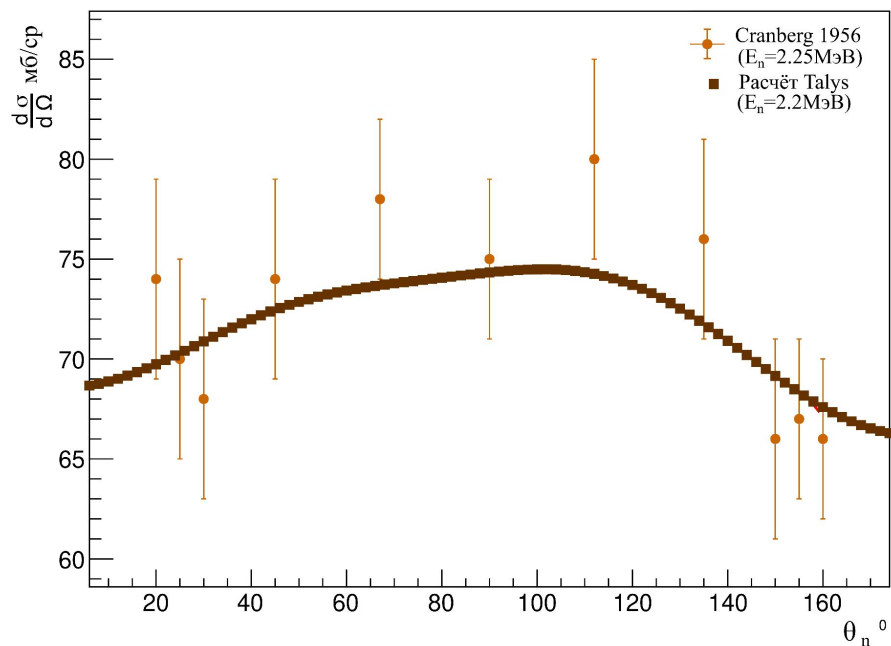


При энергиях от 1 до 1.5 МэВ в EXFOR отсутствуют данные по дифференциальному сечению (n, n_1) . С целью контроля данных построена зависимость $\sigma(n, n_1)$ при угле 90° от энергии налетающего нейтрона.

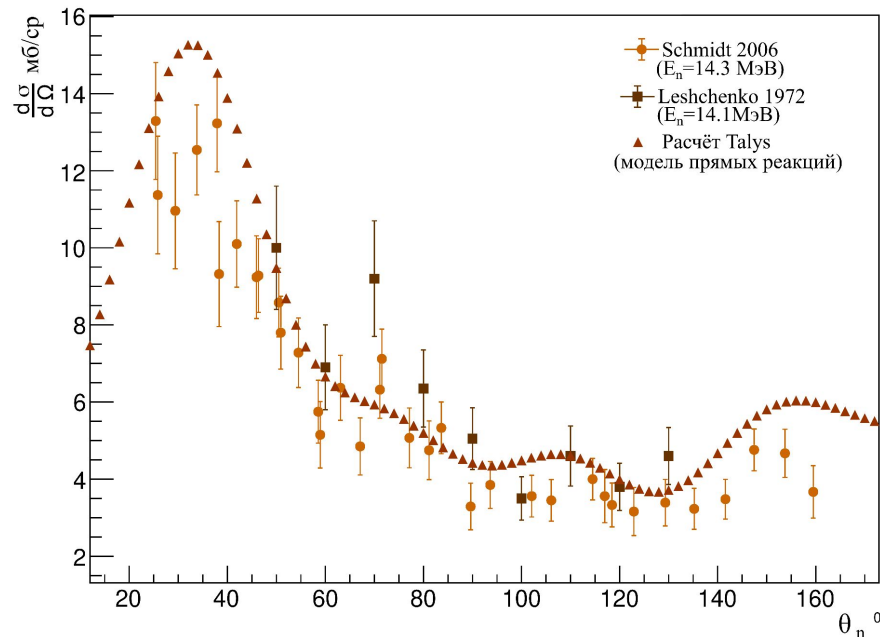


При энергии 1.5 МэВ существует подборка данных по дифференциальному сечению (n, n_1) .

Результаты по теоретическому описанию неупругого рассеяния нейтронов на ядрах ^{48}Ti

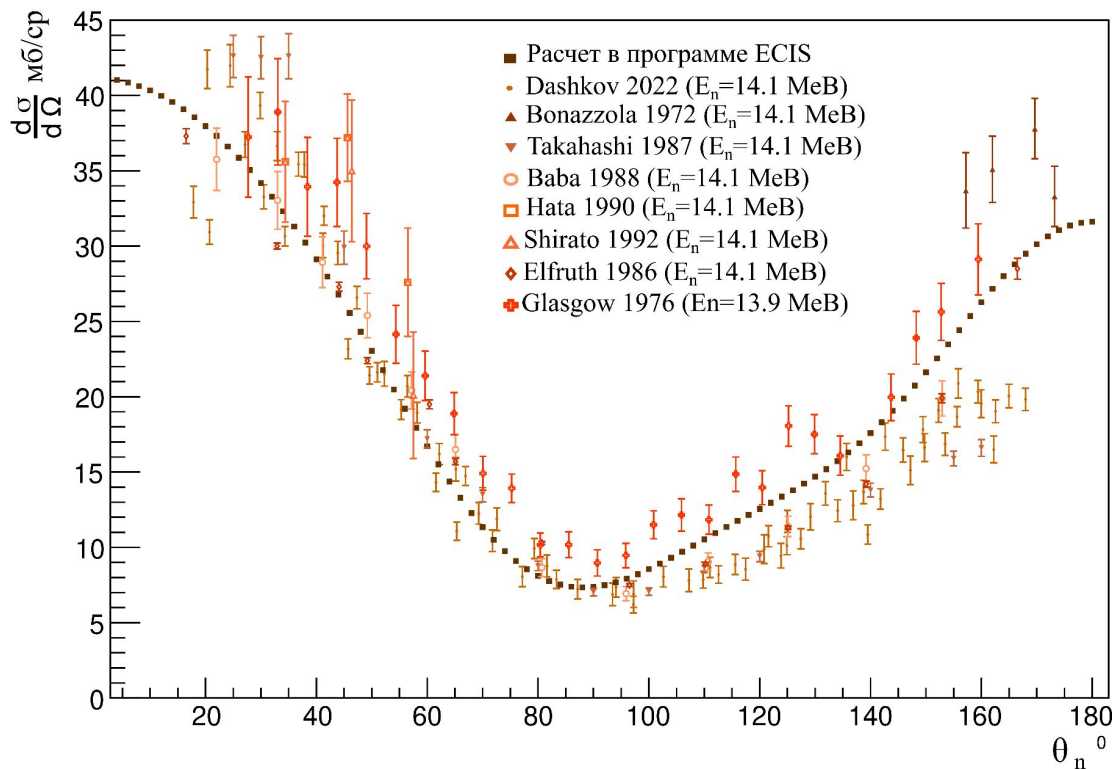


При энергии **2.25 МэВ** существует подборка данных по дифференциальному сечению (n, n_1) .



При энергии **14.1 МэВ** дифференциальное сечение (n, n_1) неплохо описывается моделью прямых реакций.

Результаты по теоретическому описанию неупругого рассеяния нейтронов на ядрах ^{12}C



Параметры оптического потенциала

Symmetric rotational optical model

V_v	W_V	R_v	a_v
54.7	0.47	1.098	0.48
W_D	R_D	a_D	
1.94	1.26	0.42	
V_{SO}	R_{SO}	a_{SO}	
6.51	0.85	0.67	

Структура программы для расчета угловых распределений

qpmath.cpp
qpmath.h

Данная подпрограмма содержит математические функции расчета:

коэффициентов
Клебша Гордона

нормализованных
функций Рака



S_matrix.cpp
S_matrix.h

Данная подпрограмма содержит функции отвечающие за считывание информации об элементах S матрицы рассеяния из файла **fort.60** и **fort.90**



Ang_distr.cpp
Ang_distr.h

Данная подпрограмма рассчитывает коэффициенты при полиномах Лежандра углового распределения гамма квантов, также она отвечает за отрисовку угловых распределений

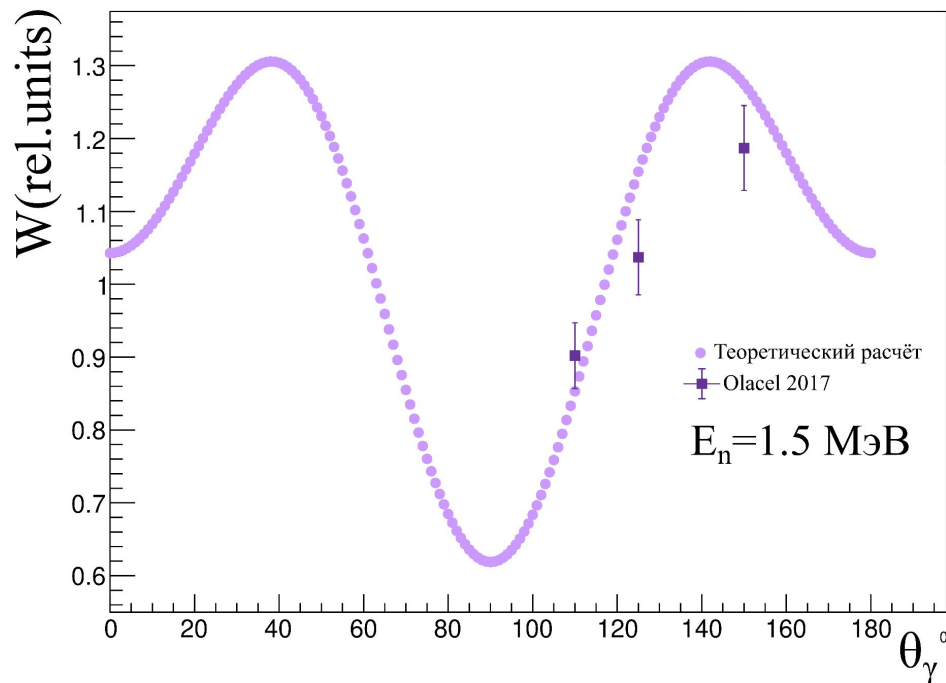


main.cpp

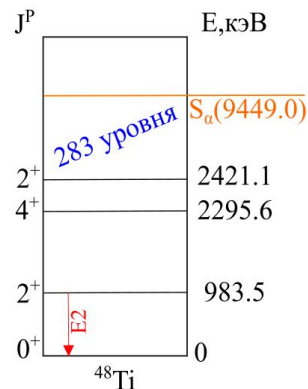
На вход функции main пользователем подается следующая информация:

I_α	Спин основного состояния ядра
I_β	Спин возбужденного состояния ядра
L	Мультипольность излучаемого γ кванта
$l_{\alpha_{max}}$	Максимальный орбитальный момент налетающего нейтрона
$l_{\beta_{max}}$	Максимальный орбитальный момент рассеянного нейтрона

Результаты по теоретическому описанию угловых распределений γ -квантов на ядрах ^{48}Tl

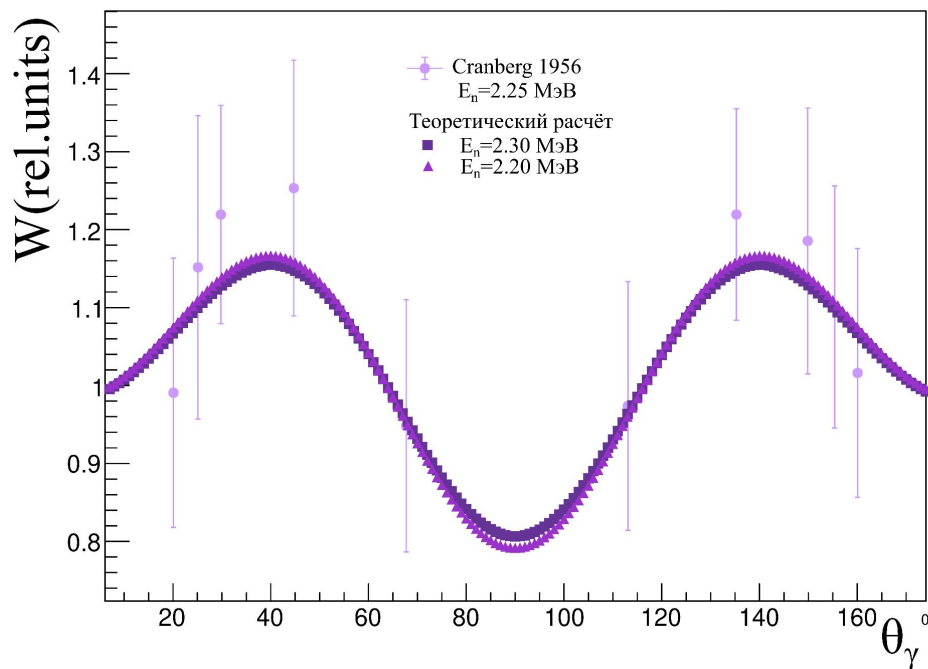


При энергии **1.5 МэВ** существует подборка данных по угловым распределениям $(n, n_1 \gamma)$.

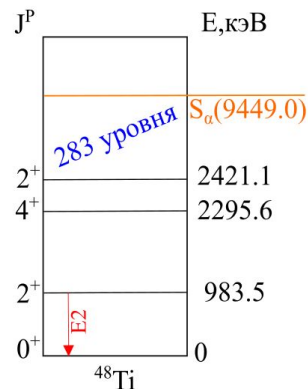


Автор	Коэффициенты при полиномах Лежандра	
	α_2	α_4
Olacel 2017	0.30 (0.08)	-0.10 (0.16)
Теоретический расчёт	0.45	-0.41

Результаты по теоретическому описанию угловых распределений γ -квантов на ядрах ^{48}Ti

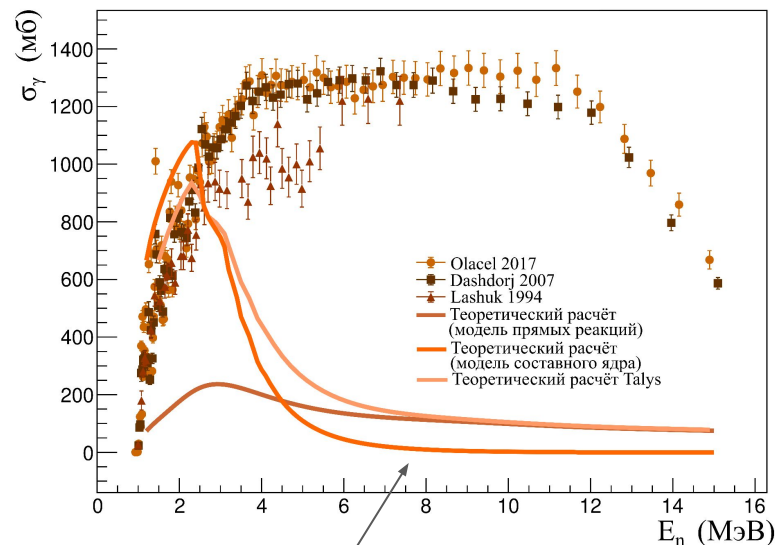
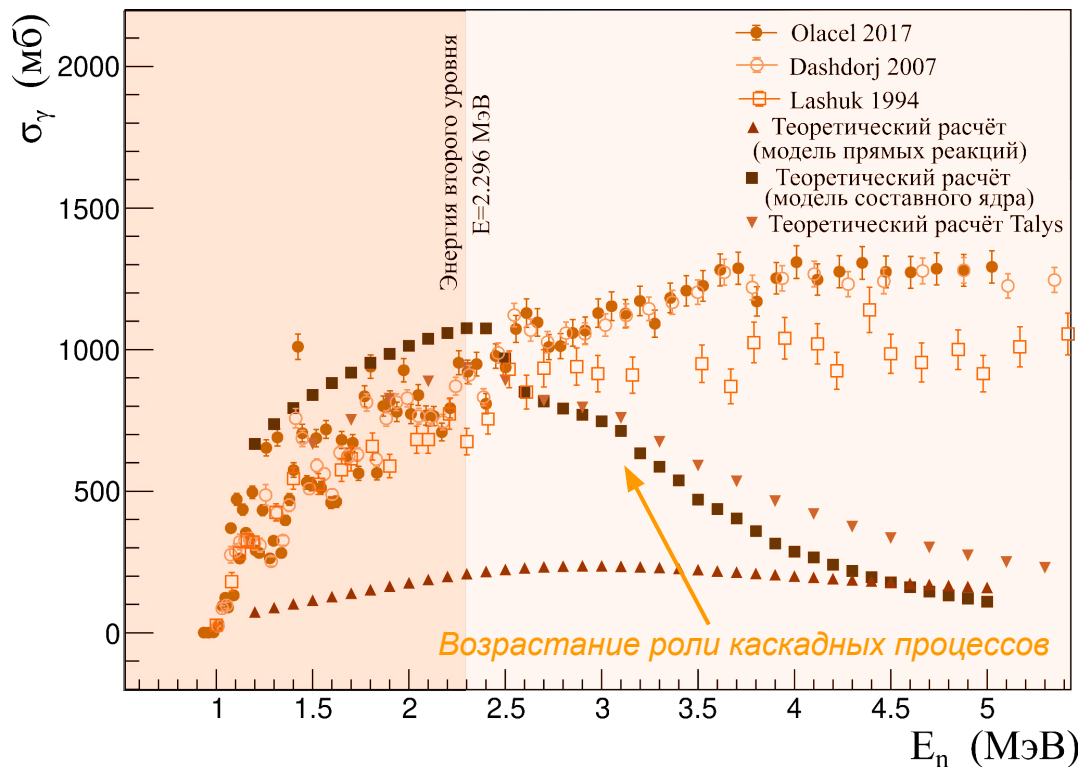


При энергии **2.25 МэВ** существует подборка данных по угловым распределениям $(n, n_1 \gamma)$.



Автор	$E_\gamma (\text{МэВ})$	Коэффициенты при полиномах Лежандра	
		α_2	α_4
Cranberg 1956	2.25	0.30 (0.17)	-0.44 (0.22)
Теоретический расчёт	2.20	0.23	-0.25
	2.30	0.21	-0.23

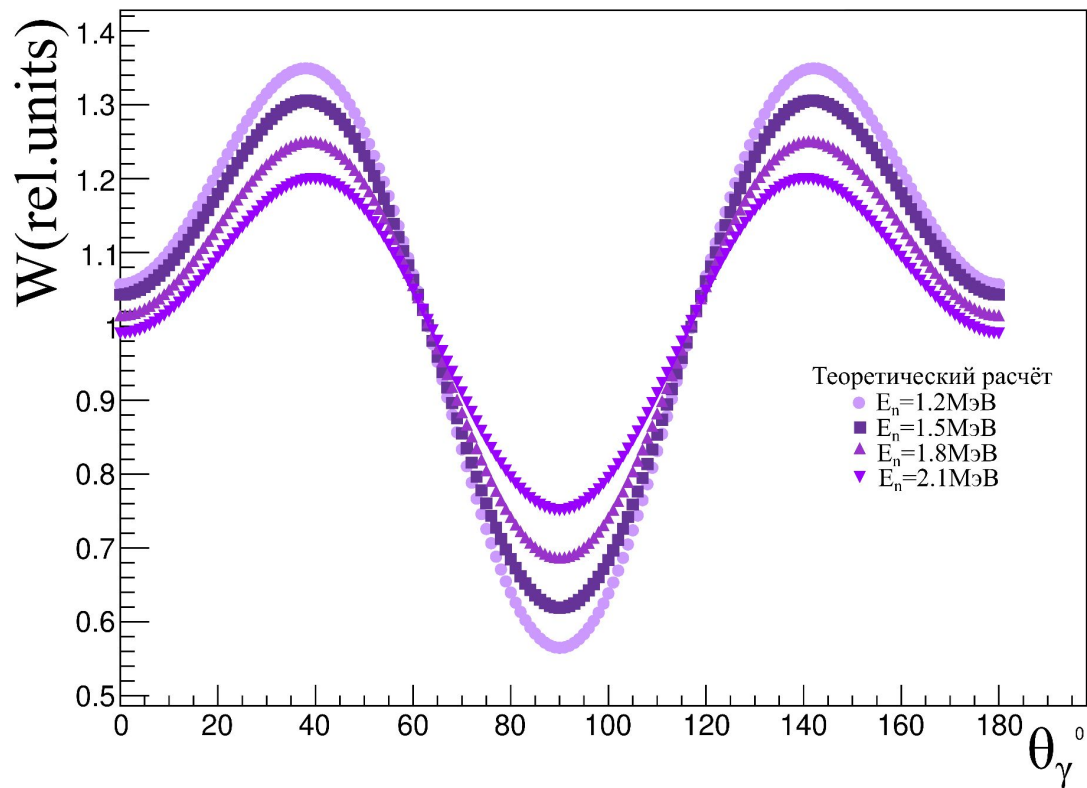
Результаты по теоретическому описанию испускания γ -квантов на ядрах ^{48}Ti



Начиная с $\sim 8 \text{ МэВ}$ вклад механизма составного ядра стремится к 0

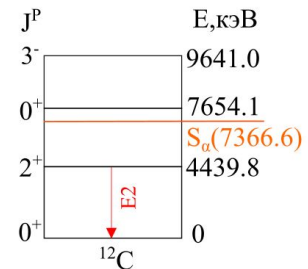
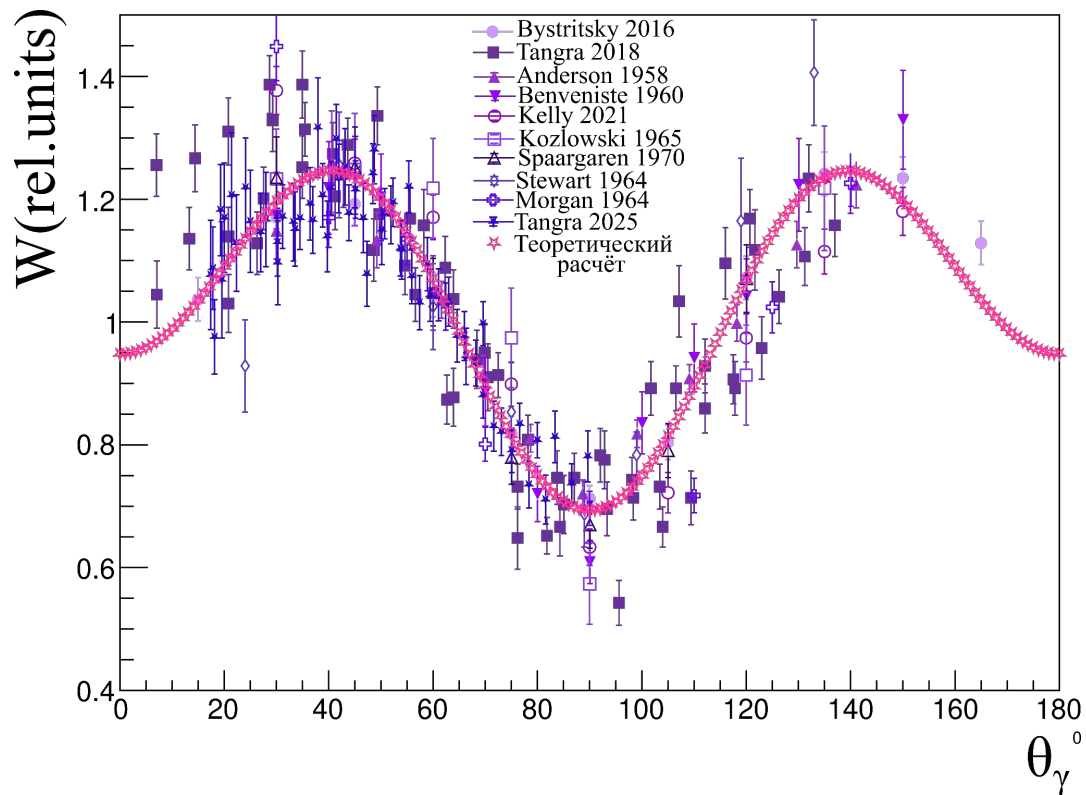
Вклад в сечения каскадных процессов при 14.1 МэВ : **88%**

Результаты по теоретическому описанию угловых распределений γ -квантов на ядрах ^{48}Ti



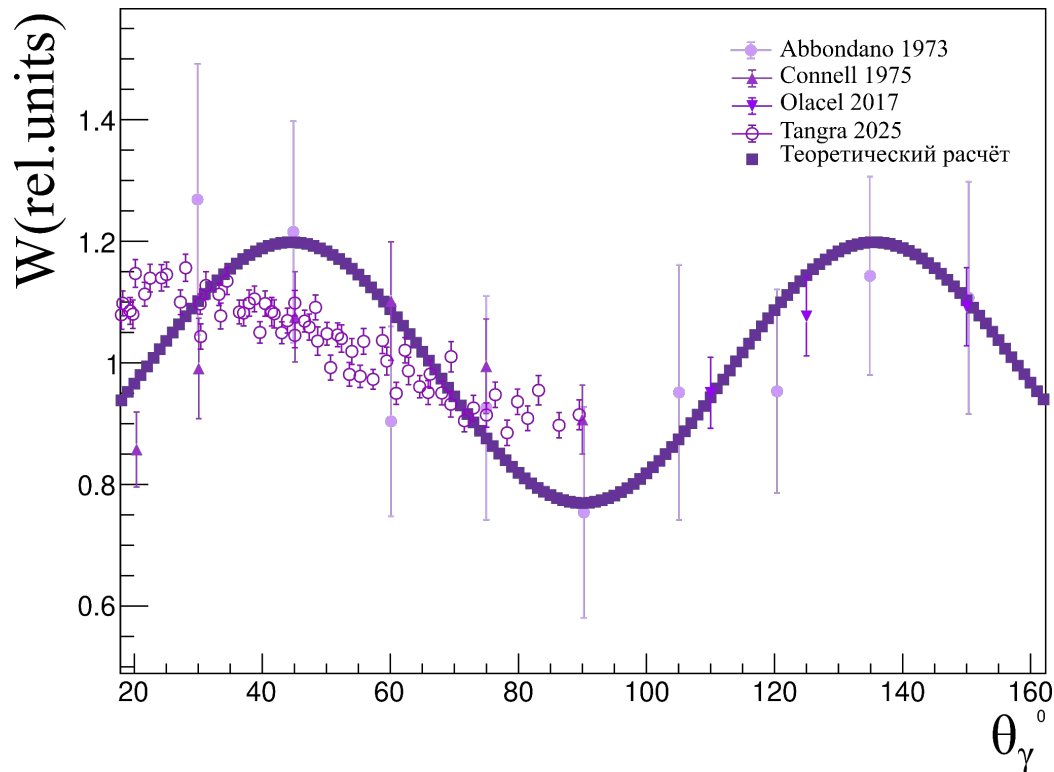
Энергия	$\sigma_\gamma (\text{мб})$	Коэффициенты при полиномах Лежандра	
		α_2	α_4
1.2 МэВ	740	0.52	-0.47
1.5 МэВ	955	0.45	-0.41
1.8 МэВ	1106	0.37	-0.34
2.1 МэВ	1226	0.28	-0.29

Результаты по теоретическому описанию угловых распределений γ -квантов на ядрах ^{12}C при энергии 14.1 МэВ



Автор	$\sigma_\gamma (\text{мб})$	Коэффициенты при полиномах Лежандра	
		α_2	α_4
Tangra 2025	197(10)	0.37 (0.10)	-0.27 (0.10)
Bystritsky 2016	—	0, 34 (0.02)	-0, 33 (0.02)
Benvensite 1960	250(5)	0.37 (0.05)	-0.39 (0.07)
Теоретический расчёт	155	0.33	-0.39

Результаты по теоретическому описанию угловых распределений γ -квантов на ядрах ^{48}Ti при энергии 14.1 МэВ



Автор	Коэффициенты при полиномах Лежандра	
	α_2	α_4
Connell 1975	-0.03 (0.05)	-0.26 (0.09)
Abbondano 1973	0.32 (0.17)	-0.10 (0.24)
Olacel 2017	0.15 (0.09)	-0.20 (0.20)
Tangra 2025	0.167 (0.006)	-0.047 (0.009)
Теоретический расчёт	0.18	-0.38

Результаты

Проведённые теоретические расчёты показывают:

- удовлетворительное согласие угловых распределений для ^{48}Ti с немногочисленными экспериментальными данными при энергии налетающих нейтронов от **1.2** до **2.3 МэВ**.
- завышение сечения испускания гамма квантов для ^{48}Ti , а также отсутствие резонансной структуры в преведённом формализме.
- существенную роль каскадных процессов при энергии больше **2.3 МэВ**
- хорошее согласие угловых распределений для ^{12}C при энергии налетающих нейтронов от **14.1 МэВ**.
- хорошее согласие угловых распределений для ^{48}Ti с литературными данными при энергии налетающих нейтронов от **14.1 МэВ**.



Спасибо за внимание!

Работа выполнена в рамках гранта РФФ
№ 23-12-00239